



Estudante:

Número:

União de probabilidade

_____ de _____ de 2025

Com auxílio da operação de união entre dois conjuntos, dada pela seguinte relação $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$, podemos deduzir a seguintes relação para a probabilidades da união entre dois eventos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (1)$$

Exemplo 1: Um número de 1 ao 20 é escolhido aleatoriamente. Calcule a probabilidade de que ele seja divisível por 2 ou 3.

Solução: Sabemos que: $m(2) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$, $m(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ e $m(6) = \{6, 12, 18\}$, logo se $A =$ retirar $m(2)$ e $B =$ retirar um $m(3)$, então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \therefore P(A \cup B) = \frac{10}{20} + \frac{6}{20} - \frac{3}{20} = \frac{13}{20}.$$

Exercícios de fixação:

- Um número de 1 ao 300 é escolhido aleatoriamente. Calcule a probabilidade de que ele seja divisível por 3 ou por 5.
- Uma cidade tem 30000 habitantes e três jornais A, B e C. Uma pesquisa de opinião revela que:
 - 12000 leem A
 - 8000 leem B
 - 6000 leem C
 - 4500 leem A e C
 - 1000 leem B e C
 - 7000 leem A e B
 - 500 leem A, B e C

Qual é a probabilidade de que um habitante leia:

- Pelo menos um jornal.
- Somente um jornal

3. (Enem 2008) **A vida na rua como ela é**

O Ministério do Desenvolvimento Social e Combate à Fome (MDS) realizou, em parceria com a ONU, uma pesquisa nacional sobre a população que vive na rua, tendo sido ouvidas 31922 pessoas em 71 cidades brasileiras. Nesse levantamento, constatou-se que a maioria dessa população sabe ler e escrever (74%) que apenas 15,1% vivem de esmolas e que, entre os moradores de rua que ingressaram no ensino superior, 0,7% se diplomou. Outros dados da pesquisa são apresentados nos quadros a seguir.



No universo pesquisado, considere que P seja o conjunto das pessoas que vivem na rua por motivos de alcoolismo/drogas e Q seja o conjunto daquelas cujo motivo para viverem na rua é a decepção amorosa. Escolhendo-se ao acaso uma pessoa no grupo pesquisado e supondo-se que seja igual a 40% a probabilidade de que essa pessoa faça parte do conjunto P ou do conjunto Q , então a probabilidade de que ela faça parte do conjunto interseção de P e Q é igual a

- (a) 12% (b) 16% (c) 20% (d) 36% (e) 52%

Gabarito

1. $\frac{7}{15}$

2. (a) $\frac{7}{15}$ (b) $\frac{1}{12}$

3. (a)

Probabilidade Condicional

Exemplo 2: Em uma urna há 10 bolas numeradas de 1 a 10. Determine a probabilidade de retirarmos uma bola numerada com um número par, sabendo que saiu uma bola com numeração maior que 4.

Solução 1: Note que queremos calcular a probabilidade de ter uma face par, mas já sabemos que saiu uma bola de numeração maior que 4.

Observe que espaço amostral $(\Omega) = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e sendo A o evento desejável, $A = \{6, 8, 10\}$ e portanto $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Solução 2: Seja A o evento de retirar bolas numeradas com um número par e B o evento de retirar uma bola numerada por um número maior que 4. Queremos calcular a probabilidade do evento A , sabendo que o evento B aconteceu ($P(A|B)$). Podemos utilizar a fórmula na equação abaixo:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}. \quad (2)$$

Observação 1: Se A e B são eventos independentes, então $P(A|B) = P(A)$. Logo:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B). \quad (3)$$

Observação 2: Se A_1, A_2, \dots, A_n são eventos independentes, então:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \times P(A_2) \times \dots \times P(A_n). \quad (4)$$

Exercícios de fixação:

- (Enem 2013) Numa escola com 1200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol. Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas. Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{5}{8}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{5}{6}$
- $\frac{5}{14}$

