Estudante: **Número:**

______ de ____________ de 2025

Princípios de contagem

- **Permutação simples x Arranjo simples**

✓ Nesses dois princípios a ordenação entre os elementos é relevante. A diferença principal é que a **permutação simples** ordena todos os elemento, enquanto o **arranjo simples** ordena uma parte dos elementos disponíveis. Veja:

- **Exemplo de Permutação:** Quantas filas distintas podemos formar com 10 pessoas?

Solução: Nesse caso, temos que fazer uma Permutação entre todas as 10 pessoas, ou seja, $P_{10} = 10! = 3.628.800$. □

- **Exemplo de Arranjo:** Em um campeonato com 10 equipes, quantos pódios (1°, 2° e 3° colocados) distintos podem existir?

Solução: Nesse caso, temos que fazer um Arranjo de 10 tomados 3 a 3, ou seja, $A^3_{10} = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$. □

- **Combinação simples x Arranjo simples**

✓ Em **Combinação simples** e em **Arranjo simples** sempre escolhemos uma parte dos objetos disponíveis, a diferença entre esses dois princípios de contagem se dá no fato da ordenação não ser relevante em **Combinação** e ser relevante em **Arranjo**. Veja:

- **Exemplo de Combinação:** Em uma empresa com 10 funcionários, 3 deles serão escolhidos para formar uma comissão que fará uma viagem para fechar negócios. De quantas formas distintas podemos escolher essa comissão?

Solução: Nesse caso, temos que fazer uma Combinação de 10 tomados 3 a 3, ou seja, $C^3_{10} = \frac{10!}{3! \times 7!} = 120$. □

- **Exemplo de Arranjo:** Em uma empresa com 10 funcionários, de quantas formas distintas podemos escolher uma pessoa para o cargo de presidente, uma pessoa para o cargo de vice-presidente e uma pessoa para o cargo de direção?

Solução: Nesse caso, temos que fazer um Arranjo de 10 tomados 3 a 3, ou seja, $A^3_{10} = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$. □

- **Combinação simples x Combinação completa**

✠ Antes de compararmos os dois princípios é importante que saibamos calcular o número de soluções inteiras não negativas de uma equação. Veja!

• **Exemplo:** Quantas soluções inteiras não negativas tem a equação $x_1 + x_2 + x_3 = 5$?
Solução: Faremos algumas representações para as soluções dessa equação:

$$\underbrace{\bullet\bullet}_{x_1} + \underbrace{\bullet}_{x_2} + \underbrace{\bullet\bullet}_{x_3} \quad \therefore \quad x_1 = 2,\ x_2 = 1\ e\ x_3 = 2$$

$$\underbrace{\bullet}_{x_1} + \underbrace{\bullet}_{x_2} + \underbrace{\bullet\bullet\bullet}_{x_3} \quad \therefore \quad x_1 = 1,\ x_2 = 1\ e\ x_3 = 3$$

$$\underbrace{\quad}_{x_1} + \underbrace{\bullet\bullet\bullet}_{x_2} + \underbrace{\bullet\bullet}_{x_3} \quad \therefore \quad x_1 = 0,\ x_2 = 3\ e\ x_3 = 2$$

Logo a quantidade de soluções inteiras não negativas é igual ao número de permutações que podemos fazer com 7 símbolos com repetição de 2 e 5, ou seja $P_7^{2,5} = \dfrac{7!}{2! \times 5!} = 21$

• **Exemplo de Combinação simples:** Em uma sorveteria temos 5 sabores de sorvete, de quantas formas podemos escolher 3 sabores distintos?
Solução: Nesse caso, temos que fazer uma Combinação de 5 tomados 3 a 3, ou seja, $C_5^3 = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$. □

• **Exemplo de Combinação completa:** Em uma sorveteria temos 5 sabores de sorvete, de quantas formas podemos escolher 3 sabores?
Solução: Nesse caso, temos que determinar a quantidade de soluções inteiras e não negativas da equação $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3$, ou seja, resolver todas as permutações de 7 elementos com repetição de 3 e 4 elementos (um exemplo $\bullet + + \bullet + + \bullet$) que é igual a $P_7^{4,3} = \dfrac{7!}{4!3!} = 35$.
□

▸ Principais relações:

Princípios de Contagem	**Relações**
Arranjo simples	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$
Permutação simples	$P_n = n!$
Permutação com repetição	$P_n^{\alpha+\beta+\ldots+\gamma} = \frac{n!}{\alpha! \times \beta! \times \ldots \times \gamma!}$
Permutação circular	$(P_c)_n = (n-1)!$
Combinação simples	$C_n^p = C_{n,p} = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p! \times (n-p)!}$