



Estudante:

Número:

_____ de _____ de 2025

Análise combinatória



1. (Enem 2018) O Salão do Automóvel de São Paulo é um evento no qual vários fabricantes expõem seus modelos mais recentes de veículos, mostrando, principalmente, suas inovações em design e tecnologia.

Uma montadora pretende participar desse evento com dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, expondo, em cada um deles, um carro compacto e uma caminhonete. Para compor os estandes, foram disponibilizados pela montadora quatro carros compactos, de modelos distintos, e seis caminhonetes de diferentes cores para serem escolhidos aqueles que serão expostos. A posição dos carros dentro de cada estande é irrelevante.

Uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é

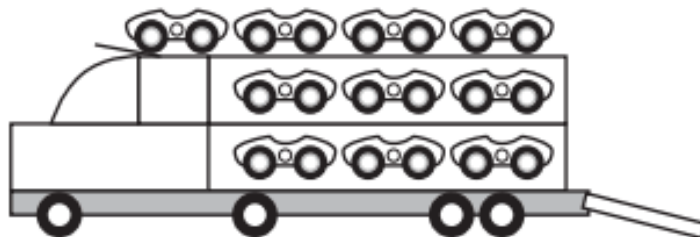
- (a) A_{10}^4
(b) C_{10}^4
(c) $C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$
(d) $A_4^2 \times A_6^2 \times 2 \times 2$
(e) $C_4^2 \times C_6^2$
2. (Enem 2017) Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando videogame. Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:

Quantidade de jogadores	2	3	4	5	6	7
Número de partidas	1	3	6	10	15	21

Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas?

- (a) 64 (b) 56 (c) 49 (d) 36 (e) 28

3. (Enem 2017) Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem uma cor fixa. A empresa determinou que em todo caminhão-cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão-cegonha não gera um novo modelo do brinquedo.

Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

- (a) C_6^4 (b) C_9^3 (c) C_{10}^4 (d) 6^4 (e) 4^6
4. (Enem 2017) Uma empresa construirá sua página na internet e espera atrair um público de aproximadamente um milhão de clientes. Para acessar essa página, será necessária uma senha com formato a ser definido pela empresa. Existem cinco opções de formato oferecidas pelo programador, descritas no quadro, em que “L” e “D” representam, respectivamente, letra maiúscula e dígito.

Opção	Formato
I	LDDDDD
II	DDDDDD
III	LLDDDD
IV	DDDDD
V	LLLDD

As letras do alfabeto, entre as 26 possíveis, bem como os dígitos, entre os 10 possíveis, podem se repetir em qualquer das opções. A empresa quer escolher uma opção de formato cujo número de senhas distintas possíveis seja superior ao número esperado de clientes, mas que esse número não seja superior ao dobro do número esperado de clientes.

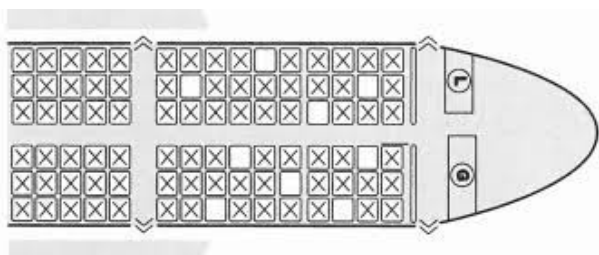
A opção que mais se adequa às condições da empresa é

- (a) I (b) II (c) III (d) IV (e) V

5. (Enem 2016) Para cadastrar-se em um site, uma pessoa precisa escolher uma senha composta por quatro caracteres, sendo dois algarismos e duas letras (maiúsculas ou minúsculas). As letras e os algarismos podem estar em qualquer posição. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha.

O número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse site é dado por

- (a) $10^2 \times 26^2$
 (b) $10^2 \times 52^2$
 (c) $10^2 \times 52^2 \times \frac{4!}{2!}$
 (d) $10^2 \times 26^2 \times \frac{4!}{2!2!}$
 (e) $10^2 \times 52^2 \times \frac{4!}{2!2!}$
6. (Enem 2015) Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o site de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo site as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.



O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

- (a) $\frac{9!}{2!}$ (b) $\frac{9!}{2!7!}$ (c) $7!$ (d) $\frac{5!}{2!} \times 4!$ (e) $\frac{5!}{4!} \times \frac{4!}{3!}$
7. (Enem 2014) Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugar dois filmes por vez. Quando os devolve, sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a videolocadora recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 de drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugará um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos e sem que nenhum filme seja repetido.

De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?

- (a) $20 \times 8! \times (3!)^2$
 (b) $8! \times 5! \times 3!$
 (c) $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^8}$
 (d) $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^2}$
 (e) $\frac{16!}{2^8}$

8. (Enem 2013) Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta-corrente pela internet. Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco cadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres. Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.

O coeficiente de melhora da alteração recomendada é

- (a) $\frac{62^6}{10^6}$
 (b) $\frac{62!}{10!}$
 (c) $\frac{62!4!}{10!56!}$
 (d) $62! - 10!$
 (e) $62^6 - 10^6$
9. (Enem 2013) Considere o seguinte jogo de apostas:

Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela. O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (R\$)
6	2,00
7	12,00
8	40,00
9	125,00
10	250,00

Cinco apostadores, cada um com R\$500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:

- Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos;
- Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos;
- Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos;
- Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos;
- Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos.

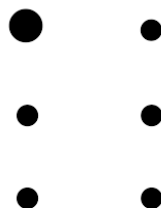
Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são

- (a) Caio e Eduardo. (d) Arthur e Bruno.
 (b) Arthur e Eduardo.
 (c) Bruno e Caio. (e) Douglas e Eduardo.

-
10. (Enem 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido. Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada. O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há
- (a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
 - (b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
 - (c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
 - (d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
 - (e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
11. (Enem 2012) O designer português Miguel Neiva criou um sistema de símbolos que permite que pessoas daltônicas identifiquem cores. O sistema consiste na utilização de símbolos que identificam as cores primárias (azul, amarelo e vermelho). Além disso, a justaposição de dois desses símbolos permite identificar cores secundárias (como o verde, que é o amarelo combinado com o azul). O preto e o branco são identificados por pequenos quadrados: o que simboliza o preto é cheio, enquanto o que simboliza o branco é vazio. Os símbolos que representam preto e branco também podem ser associados aos símbolos que identificam cores, significando se estas são claras ou escuras. De acordo com o texto, quantas cores podem ser representadas pelo sistema proposto?
- (a) 14.
 - (b) 18.
 - (c) 20.
 - (d) 21.
 - (e) 23.
12. (Enem 2011) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares. Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75.913 é
- (a) 24.
 - (b) 31.
 - (c) 32.
 - (d) 88.
 - (e) 89.
13. (Enem 2009) A população brasileira sabe, pelo menos intuitivamente, que a probabilidade de acertar as seis dezenas da mega sena não é zero, mas é quase. Mesmo assim, milhões de pessoas são atraídas por essa loteria, especialmente quando o prêmio se acumula em valores altos. Até junho de 2009, cada aposta de seis dezenas, pertencentes ao conjunto 01, 02, 03, ..., 59, 60, custava R\$ 1,50.

Considere que uma pessoa decida apostar exatamente R\$ 126,00 e que esteja mais interessada em acertar apenas cinco das seis dezenas da mega sena, justamente pela dificuldade desta última. Nesse caso, é melhor que essa pessoa faça 84 apostas de seis dezenas diferentes, que não tenham cinco números em comum, do que uma única aposta com nove dezenas, porque a probabilidade de acertar a quina no segundo caso em relação ao primeiro é, aproximadamente,

- (a) $1\frac{1}{2}$ vez menor.
 - (b) $2\frac{1}{2}$ vez menor.
 - (c) 4 vezes menor.
 - (d) 9 vezes menor.
 - (e) 14 vezes menor.
14. (Enem 2009) Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.
- A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de
- (a) uma combinação e um arranjo, respectivamente.
 - (b) um arranjo e uma combinação, respectivamente.
 - (c) um arranjo e uma permutação, respectivamente.
 - (d) duas combinações.
 - (e) dois arranjos.
15. (Enem 2005) A escrita Braile para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caractere é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais. Por exemplo, a letra **A** é representada por



O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braille é

- (a) 12.
- (b) 31.
- (c) 36.
- (d) 63.
- (e) 720.

16. (Enem 2002) O código de barras, contido na maior parte dos produtos industrializados, consiste num conjunto de várias barras que podem estar preenchidas com cor escura ou não. Quando um leitor óptico passa sobre essas barras, a leitura de uma barra clara é convertida no número 0 e a de uma barra escura, no número 1. Observe a seguir um exemplo simplificado de um código em um sistema de código com 20 barras.



✓ Se o leitor óptico for passado da esquerda para a direita irá ler: 01011010111010110001

✓ Se o leitor óptico for passado da direita para a esquerda irá ler: 10001101011101011010

No sistema de código de barras, para se organizar o processo de leitura óptica de cada código, deve-se levar em consideração que alguns códigos podem ter leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, como o código 00000000111100000000, no sistema descrito acima. Em um sistema de códigos que utilize apenas cinco barras, a quantidade de códigos com leitura da esquerda para a direita igual à da direita para a esquerda, desconsiderando-se todas as barras claras ou todas as escuras, é

- (a) 14. (b) 12. (c) 8. (d) 6. (e) 4.
17. (Uerj 2019) Seis times de futebol disputaram um torneio no qual cada time jogou apenas uma vez contra cada adversário. A regra de pontuação consistia em marcar 0 ponto para o time perdedor, 3 pontos para o vencedor e, no caso de empate, 1 ponto para cada time. A tabela mostra a pontuação final do torneio.

Times	A	B	C	D	E	F
Pontos	9	6	4	2	6	13

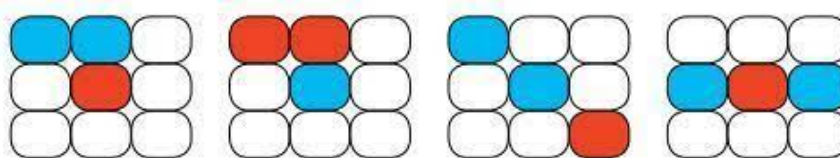
O número de empates nesse torneio foi igual a:

- (a) 4. (b) 5. (c) 6. (d) 7.
18. (Uerj 2017) Uma criança possui um cofre com 45 moedas: 15 de dez centavos, 15 de cinquenta centavos e 15 de um real. Ela vai retirar do cofre um grupo de 12 moedas ao acaso. Há vários modos de ocorrer essa retirada. Admita que as retiradas são diferenciadas apenas pela quantidade de moedas de cada valor.

Determine quantas retiradas distintas, desse grupo de 12 moedas, a criança poderá realizar.

19. (Uerj 2016) Um painel de iluminação possui nove seções distintas, e cada uma delas acende uma luz de cor vermelha ou azul. A cada segundo, são acesas, ao acaso, duas seções de uma mesma cor e uma terceira de outra cor, enquanto as seis demais permanecem apagadas.

Observe quatro diferentes possibilidades de iluminação do painel:



O tempo mínimo necessário para a ocorrência de todas as possibilidades distintas de iluminação do painel, após seu acionamento, é igual a x minutos e y segundos, sendo $y < 60$. Os valores respectivos de x e y são:

- (a) 4 e 12. (b) 8 e 24. (c) 25 e 12. (d) 50 e 24.
20. (Uerj 2016) Com o objetivo de melhorar o tráfego de veículos, a prefeitura de uma grande cidade propôs a construção de quatro terminais de ônibus. Para estabelecer conexão entre os terminais, foram estipuladas as seguintes quantidades de linhas de ônibus:

- ✓ do terminal A para o B 4 linhas distintas;
- ✓ do terminal B para o C 3 linhas distintas;
- ✓ do terminal A para o D 5 linhas distintas;
- ✓ do terminal D para o C 2 linhas distintas.

Não há linhas diretas entre os terminais A e C.

Supondo que um passageiro utilize exatamente duas linhas de ônibus para ir do terminal A para o terminal C, calcule a quantidade possível de trajetos distintos que ele poderá fazer.

21. (Uerj 2015) Uma criança ganhou seis picolés de três sabores diferentes: baunilha, morango e chocolate, representados, respectivamente, pelas letras B, M e C. De segunda a sábado, a criança consome um único picolé por dia, formando uma sequência de consumo dos sabores. Observe estas sequências, que correspondem a diferentes modos de consumo:

(B,B,M,C,M,C) ou (B,M,M,C,B,C) ou (C,M,M,B,B,C)

O número total de modos distintos de consumir os picolés equivale a:

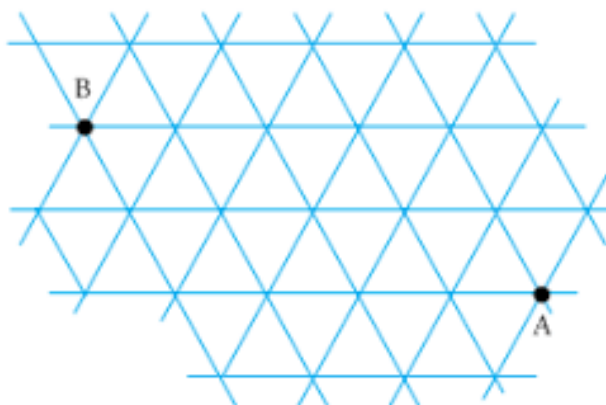
- (a) 6. (b) 90. (c) 180. (d) 720.

22. (Uerj 2012) Todas as n capitais de um país estão interligadas por estradas pavimentadas, de acordo com o seguinte critério: uma única estrada liga cada duas capitais. Com a criação de duas novas capitais, foi necessária a construção de mais 21 estradas pavimentadas para que todas as capitais continuassem ligadas de acordo com o mesmo critério. Determine o número n de capitais, que existiam inicialmente nesse país.
23. (Uerj 2012) A tabela abaixo apresenta os critérios adotados por dois países para a formação de placas de automóveis. Em ambos os casos, podem ser utilizados quaisquer dos 10 algarismos de 0 a 9 e das 26 letras do alfabeto romano.

PAÍS	DESCRIÇÃO DO CRITÉRIO	EXEMPLO DE PLACA
X	3 letras e 3 algarismos, em qualquer ordem	M3MK09
Y	um bloco de 3 letras, em qualquer ordem, à esquerda de outro bloco de 4 algarismos, também em qualquer ordem	YBW0299

Considere o número máximo de placas distintas que podem ser confeccionadas no país X igual a n e no país Y igual a p . A $\frac{n}{p}$ razão corresponde a:

- (a) 1. (b) 2. (c) 3. (d) 6.
24. (Uerj 2011) Uma rede é formada de triângulos equiláteros congruentes, conforme a representação abaixo.



Uma formiga se desloca do ponto A para o ponto B sobre os lados dos triângulos, percorrendo X caminhos distintos, cujos comprimentos totais são todos iguais a d . Sabendo que d corresponde ao menor valor possível para os comprimentos desses caminhos, X equivale a:

- (a) 20. (b) 15. (c) 12. (d) 10.

25. (Uerj 2010) Ao refazer seu calendário escolar para o segundo semestre, uma escola decidiu repor algumas aulas em exatamente 4 dos 9 sábados disponíveis nos meses de outubro e novembro de 2009, com a condição de que não fossem utilizados 4 sábados consecutivos.

Para atender às condições de reposição das aulas, o número total de conjuntos distintos que podem ser formados contendo 4 sábados é de:

- (a) 80. (b) 96. (c) 120. (d) 126.

26. (Uerj 2007) Sete diferentes figuras foram criadas para ilustrar, em grupos de quatro, o Manual do Candidato do Vestibular Estadual 2007. Um desses grupos está apresentado a seguir.



Considere que cada grupo de quatro figuras que poderia ser formado é distinto de outro somente quando pelo menos uma de suas figuras for diferente. Nesse caso, o número total de grupos distintos entre si que poderiam ser formados para ilustrar o Manual é igual a:

- (a) 24. (b) 35. (c) 70. (d) 140.

✠ **Texto para a próxima questão:**

Um sistema de numeração de base b , sendo $b \geq 2$, utiliza b algarismos: $0, 1, 2, 3, \dots, b - 1$.

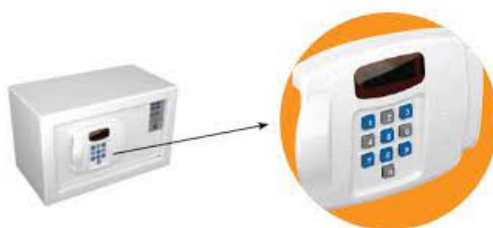
O sistema de numeração usual é o decimal. Quando escrevemos um número nesse sistema, a base 10 não precisa ser indicada. Por exemplo, o número 3548 corresponde a $3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 8 \times 10^0$.

Em qualquer outro sistema, é preciso indicar a base. Por exemplo, o número $(2043)_5$ está escrito na base $b = 5$ e corresponde a $2 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 3 \times 5^0$, ou seja, 273 no sistema decimal.

27. (Uerj 2007) Sabe-se que, em qualquer base, o acréscimo de zeros à esquerda da representação de um número não altera seu valor. Os números $(301)_7$ e $(0301)_7$ são, portanto, iguais e formados por três algarismos. Calcule, no sistema de numeração de base 7, a quantidade total de números que possuem somente quatro algarismos distintos.
28. (Uerj 2004) Para montar um sanduíche, os clientes de uma lanchonete podem escolher:
- um dentre os tipos de pão: calabresa, orégano e queijo;
 - um dentre os tamanhos: pequeno e grande;
 - de um até cinco dentre os tipos de recheio: sardinha, atum, queijo, presunto e salame, sem possibilidade de repetição de recheio num mesmo sanduíche.

Calcule:

- (a) quantos sanduíches distintos podem ser montados;
 (b) o número de sanduíches distintos que um cliente pode montar, se ele não gosta de orégano, só come sanduíches pequenos e deseja dois recheios em cada sanduíche.
29. (Uerj 1999) Ana dispunha de papéis com cores diferentes. Para enfeitar sua loja, cortou fitas desses papéis e embalou 30 caixinhas de modo a não usar a mesma cor no papel e na fita, em nenhuma das 30 embalagens. A menor quantidade de cores diferentes que ela necessitou utilizar para a confecção de todas as embalagens foi igual a:
- (a) 30. (b) 18. (c) 6. (d) 3.
30. (Uerj 2010) Um cofre eletrônico possui um painel com dez teclas numéricas e pode ser aberto por meio da digitação, em qualquer ordem, de três teclas distintas dentre seis habilitadas previamente pelo fabricante. Considere n o número máximo de conjuntos distintos de três teclas que abrem o cofre. Na figura em destaque, as teclas azuis representam as habilitadas previamente.



Se o fabricante reduzisse para cinco o número de teclas habilitadas, haveria entre elas um total de m conjuntos distintos de três teclas distintas para abrir o cofre. Calcule o valor de $n - m$.

Gabarito:

- | | | | | |
|--------|---------|---------|--------------|---------------------|
| 1. (c) | 7. (b) | 13. (c) | 19. (b) | 25. (c) |
| 2. (e) | 8. (a) | 14. (a) | 20. 22. | 26. (b) |
| 3. (b) | 9. (a) | 15. (d) | 21. (b) | 27. 720. |
| 4. (e) | 10. (a) | 16. (d) | 22. $n = 10$ | 28. (a)186
(b)20 |
| 5. (e) | 11. (c) | 17. (c) | 23. (b) | 29. (c) |
| 6. (a) | 12. (e) | 18. 91. | 24. (b) | 30. 10. |

Links das soluções:

- Parte 1: <https://www.youtube.com/watch?v=mFVoo4DKoC8>
- Parte 2: <https://www.youtube.com/watch?v=6Gvift4RStA&t=1194s>
- Parte 3: <https://www.youtube.com/watch?v=ZDuDH9V68kM&t=661s>