



2ª Fase

Exame Discursivo

01/12/2024

Matemática

CADERNO DE PROVA

Este caderno, com dezesseis páginas numeradas sequencialmente, contém dez questões de Matemática. Não abra o caderno antes de receber autorização.

INSTRUÇÕES

1. Verifique se você recebeu mais dois cadernos de prova.
2. Verifique se as seguintes informações estão corretas nas sobrecapas dos três cadernos: nome, número de inscrição, número do documento de identidade e número do CPF.
Se houver algum erro, notifique o fiscal.
3. Destaque, das sobrecapas, os comprovantes que têm seu nome e leve-os com você.
4. Ao receber autorização para abrir os cadernos, verifique se a impressão, a paginação e a numeração das questões estão corretas.
Se houver algum erro, notifique o fiscal.
5. Todas as respostas e o desenvolvimento das soluções, quando necessário, deverão ser apresentados nos espaços apropriados e escritos com caneta de corpo transparente, azul ou preta.
Não serão consideradas as questões respondidas fora desses espaços.
6. Ao terminar, entregue **os três cadernos** ao fiscal.

INFORMAÇÕES GERAIS

O tempo disponível para fazer as provas é de cinco horas. Nada mais poderá ser registrado após o término desse prazo.

Nas salas de prova, os candidatos não poderão usar qualquer tipo de relógio, óculos escuros e boné, nem portar arma de fogo, fumar e utilizar corretores ortográficos e borrachas.

Será atribuída nota zero ao candidato que utilizar quaisquer meios para identificar sua prova, como escrever suas iniciais, seu nome ou o de outros em qualquer lugar do caderno de provas, assim como fazer desenhos de qualquer espécie. Será atribuída nota zero, também, à questão respondida a lápis ou em local inadequado.

Será eliminado do Vestibular Estadual 2025 o candidato que, durante a prova, utilizar qualquer meio de obtenção de informações, eletrônico ou não.

Será também eliminado o candidato que se ausentar da sala levando consigo qualquer material de prova.

Boa prova!

Questão

01

Um atleta consome diariamente 3 ovos médios, comprados em embalagens com exatamente 30 ovos, ao custo de 15 reais. Ele verificou que consumiria a mesma quantidade de nutrientes comendo diariamente apenas 2 ovos grandes, comprados em embalagens com exatamente 10 ovos, ao custo de 6 reais.

Calcule a diferença, em reais, entre os valores gastos pelo atleta, em 30 dias, ao trocar o consumo diário de 3 ovos médios por 2 ovos grandes.

Desenvolvimento e resposta:

Questão
02

Observe na tabela a seguir dados aproximados da área territorial e do número de habitantes de cinco municípios do estado do Rio de Janeiro, de acordo com o Censo de 2022.

MUNICÍPIOS	POPULAÇÃO	ÁREA TERRITORIAL (km ²)
Arraial do Cabo	31 000	155
Casimiro de Abreu	46 000	460
Maricá	198 000	360
Rio das Ostras	156 000	220
Saquarema	90 000	360

Adaptado de ibge.gov.br.

Sabe-se que a densidade demográfica de um município é calculada pela razão entre sua população e sua área territorial.

Calcule a maior e a menor densidade demográfica, em habitantes/km², do conjunto de municípios apresentados.

Desenvolvimento e resposta:

Questão
03

Uma pessoa realizou um empréstimo de x reais e já pagou $\frac{3}{4}$ desse valor, que correspondem a R\$ 1.050,00. Foi acordado que a dívida a ser paga corresponderá a $\frac{13}{7}$ de x .
Calcule o valor total, que será pago a mais do que o empréstimo realizado.

Desenvolvimento e resposta:

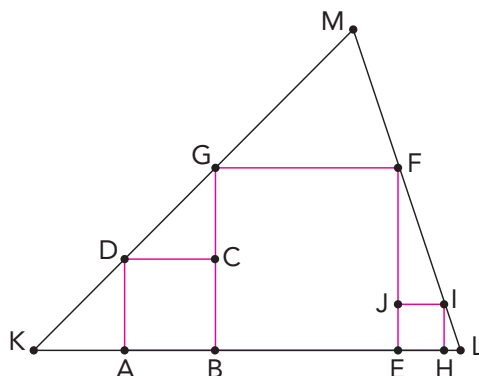
Questão
04

Considere a equação $2X + B - 2A = A \cdot B$ e, também, as matrizes: $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.
Calcule a matriz X.

Desenvolvimento e resposta:

Questão
05

Os quadrados $ABCD$, $BEFG$ e $EHIJ$ têm os lados AB , BE e EH contidos na base KL do triângulo KLM , ilustrado a seguir. Os pontos D e G pertencem ao lado KM , e os pontos I e F ao lado LM , do mesmo triângulo.

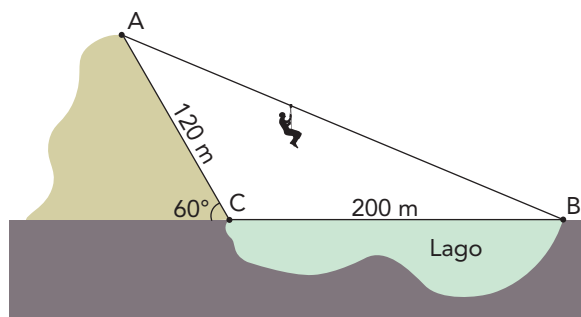


São conhecidas as seguintes medidas: $AB = 4$ cm, $BE = 8$ cm e $EH = 2$ cm. Calcule, em cm^2 , a área do triângulo GFM .

Desenvolvimento e resposta:

Questão
06

Uma tirolesa foi instalada sobre um lago, conforme indica o esquema:



Considere as seguintes informações:

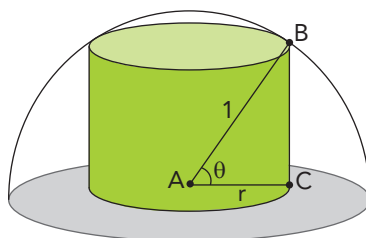
- o triângulo ABC encontra-se no plano vertical;
- AC representa uma rampa de 120 m, que forma um ângulo de 60° com o plano horizontal;
- BC é a extensão do lago, que mede 200 m.

Sabendo que $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, calcule a distância, em metros, de A até B.

Desenvolvimento e resposta:

Questão
07

Um cilindro circular reto está contido em uma semiesfera de raio $\overline{AB} = 1$, como ilustra a imagem. O raio $\overline{AC}$ da base desse cilindro mede r e o ângulo agudo $\widehat{BAC}$ mede θ graus.



Calcule a altura e a área lateral do cilindro em função de θ . Em seguida, calcule o valor de θ para que essa área seja máxima.

Desenvolvimento e resposta:

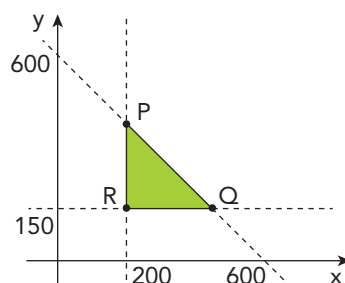
Questão
08

Uma doceira, que vende trufas de cerejas e de nozes, tem a encomenda fixa semanal de 200 trufas de cerejas (C) e de 150 de nozes (N). Se houver demanda, ela consegue fazer, no máximo, 600 trufas por semana. Os lucros por unidade vendida de C e N são, respectivamente, R\$ 4,00 e R\$ 3,00.

Considerando que a doceira faça, por semana, x unidades de C e y de N, valem as seguintes desigualdades:

$$\begin{cases} x \geq 200 \\ y \geq 150 \\ x + y \leq 600 \end{cases}$$

Os pares (x, y) de números de trufas que essa doceira pode fazer estão representados, no plano cartesiano, por pontos do triângulo PQR. Observe:



Calcule, em reais, o lucro de apenas uma encomenda fixa semanal. Calcule, em reais, também, o lucro semanal máximo que a doceira pode obter com a venda de 600 trufas.

Desenvolvimento e resposta:

Questão
09

Considere a sequência dos números naturais ímpares e as somas S_1 e S_2 :

$$(a_n) = (1, 3, 5, 7, \dots)$$

$$S_1 = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$S_2 = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \dots + a_{2n}$$

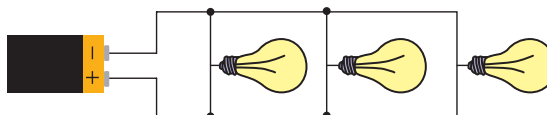
S_1 é a soma dos n primeiros números ímpares e S_2 é a soma dos n números ímpares seguintes.

Calcule S_2 e, também, a razão $\frac{S_1}{S_2}$.

Desenvolvimento e resposta:

Questão
10

Em um circuito de três lâmpadas iguais ligadas em paralelo, se uma delas queimar, as outras duas ainda permanecem acesas. Sabe-se que, ao conectar o circuito a uma bateria, a probabilidade de qualquer uma dessas lâmpadas queimarem é igual a 20%. Observe o esquema:



Calcule a probabilidade de, ao conectar o circuito, pelo menos duas lâmpadas queimarem.

Desenvolvimento e resposta:

