



Estudante:

Número:

_____ de _____ de 2025



Princípio fundamental da contagem

► **Princípio da adição:** Se A e B são dois conjuntos disjuntos (sem interseção), com p e q elementos, respectivamente, então $A \cup B$ possui $p + q$ elementos.

• **Exemplo 1:** Se em um guarda-roupas há 4 camisetas distintas e 5 camisas polo distintas, de quantas maneiras distintas uma pessoa pode se vestir, sabendo que essa pessoa usa camiseta **ou** camisa polo?

Solução: Essa pessoa pode se arrumar de $4 + 5 = 9$ maneiras distintas. $\square$

► **Princípio da multiplicação:** Se uma decisão d_1 pode ser tomada de x maneiras e se, uma vez tomada a decisão d_1 , a decisão d_2 puder ser tomada de y maneiras, então o número de maneiras de se tomarem as decisões d_1 e d_2 é igual a $x \times y$.

• **Exemplo 2:** Numa sala há 5 professores de Matemática e 6 professores de História. De quantas formas distintas podemos escolher 1 professor de Matemática e 1 de História?

Solução: Podemos escolher o professor de Matemática de 5 maneiras distintas e podemos escolher o professor de História de 6 maneiras distintas. Logo, temos $5 \times 6 = 30$ formas distintas de fazer essa escolha. $\square$

• **Exemplo 3:** Quantos números naturais de três algarismos distintos (na base 10) existem? **Solução:** O primeiro algarismo pode ser escolhido de 9 modos distintos (não podemos usar o zero.), o segundo algarismo de 9 modos (não podemos usar o algarismo utilizado anteriormente) e o terceiro de 8 modos (não podemos utilizar os dois algarismos já empregados anteriormente). A resposta é $9 \times 9 \times 8 = 648$. $\square$

É interessante notar que no **exemplo 3** que se começássemos pelo último algarismo teríamos 10 modos de escolher o último algarismo, 9 modos de escolher o penúltimo algarismo e... e agora estamos diante de um problema: de quantos modos podemos escolher o primeiro algarismo? A resposta é: depende! Se o algarismo zero tiver sido usado em alguma das últimas casas, a resposta é 8 (não podendo usar os dois algarismos já utilizados anteriormente). Caso contrário, a resposta é 7 (não podendo usar nem o zero nem os dois algarismos utilizados anteriormente). É claro que essa dificuldade não teria ocorrido se tivéssemos começado pela escolha do primeiro algarismo do número, escolha essa que é mais problemática do que a dos dois algarismos (o primeiro não pode ser zero!)

Daí a recomendação (Livro **Análise Combinatória e Probabilidade**):

“Pequenas dificuldades adiadas transformam-se em grandes dificuldades. Se alguma decisão é mais complicada que as demais, ela deve ser tomada em primeiro lugar.”

Exercícios:

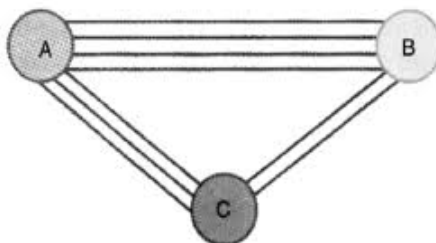
1. João recebeu R\$ 2,00 de sua mãe para comprar uma caneta ou uma lapiseira, cada uma custando R\$ 2,00. Na papelaria, João encontrou 5 tipos diferentes de canetas e 7 tipos diferentes de lapiseiras. De quantas formas distintas João pode efetuar a compra?
2. Um cesto contém 16 maçãs diferentes entre si e 13 bananas também diferentes entre si. De quantas formas Severino pode escolher uma maçã ou uma banana e de quantas maneiras ele pode escolher uma maçã e uma banana?
3. Dispondo de 2 calças e 3 blusas, de quantos modos distintos pode-se escolher uma calça e uma blusa para se vestir?
4. Francisca dispõe de 8 jeans (4 iguais entre si), 3 saias, 7 blusas (2 iguais entre si), 6 camisas polo (3 iguais entre si) e 8 pares de sapatos. De quantas maneiras distintas ela poderá vestir-se?
5. De um grupo de 4 homens e 5 mulheres, de quantos modos pode-se escolher uma mulher para presidente e um homem para vice-presidente?
6. Numa empresa há 5 engenheiros, 2 economistas e 4 administradores. Deseja-se formar uma comissão para estudar um projeto, composta por 1 engenheiro, 1 economista e 1 administrador. De quantos modos a comissão poderá ser formada?
7. Deseja-se pintar as listras de uma bandeira que possui 5 listras verticais. Se dispomos de 4 cores distintas e se duas listras adjacentes não podem ser pintadas da mesma cor, determine de quantas maneiras distintas podemos pintar a bandeira.
8. (Enem 2017) O comitê organizador da Copa do Mundo 2014 criou a logomarca da Copa, composta de uma figura plana e um slogan —Juntos num só ritmo, com mãos que se unem formando a taça Fifa. Considere que o comitê organizador resolvesse utilizar todas as cores da bandeira nacional (verde, amarelo, azul e branco) para colorir a logomarca, de forma que regiões vizinhas tenham cores diferentes.



De quantas maneiras diferentes o comitê organizador da Copa poderia pintar a logomarca com as cores citadas? (*A palavra “todas”, foi mal utilizada pela banca, pois dá ideia de que teríamos que utilizar todas as cores na coloração da taça.*)

- (a) 15. (b) 30. (c) 108. (d) 360. (e) 972.

9. Valéria mora num país muito desenvolvido. Há várias estradas que ligam sua cidade A a 2 cidades vizinhas B e C. Essas estradas estão representadas no esquema abaixo : Valéria vai muito à cidade B. às vezes, ela vai direto até B, sem passar por C, outras vezes, chega a B passando por C. Quantos trajetos diferentes ela pode fazer?



10. Na situação do exercício anterior, quantos trajetos diferentes Valéria poderia fazer para ir de A até C e, em seguida, retornar a A, passando ou não por B, tanto na ida quanto na volta?
11. Seis atletas participam de uma corrida. Quantos são os resultados possíveis para o primeiro, segundo e terceiro lugares?
12. De quantas formas distintas podemos responder a 12 perguntas de um questionário, cujas respostas para cada pergunta são F(falso) ou V (verdadeiro)?
13. Dispondo dos algarismos 7, 8 e 9, quantos números distintos de dois algarismos podem ser formados?
14. Dispondo dos algarismos 7, 8 e 9, quantos números distintos de dois algarismos distintos podem ser formados?
15. Dispondo dos algarismos 2, 3, 4, 5 e 6, quantos números distintos de 3 algarismos podem ser formados?
16. Dispondo dos algarismos 2, 3, 4, 5 e 6, quantos números distintos de 3 algarismos distintos podem ser formados?
17. Dispondo dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, quantos números ímpares de 3 algarismos podem ser formados?
18. Dispondo dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, quantos números ímpares de 3 algarismos distintos podem ser formados?
19. Quantos números pares de 3 algarismos distintos existem no sistema decimal?
20. Quantos números ímpares de 3 algarismos distintos existem no nosso sistema de numeração?
21. Juca precisa abrir a sua mala que é fechada por um cadeado cuja senha é formada por uma sequência de 4 dígitos. Juca esqueceu a sua senha, mas lembra-se que termina em 0 ou 5. Desse modo, quantas senhas, no máximo, ele deverá testar?

22. Existem 10 cadeiras numeradas de 1 a 10. De quantas formas duas pessoas podem se sentar, devendo haver ao menos uma cadeira entre elas?
23. (UERJ) Na ilustração abaixo, as 52 cartas de um baralho estão agrupadas em linhas com 13 cartas de mesmo naipe e colunas com 4 cartas de mesmo valor.

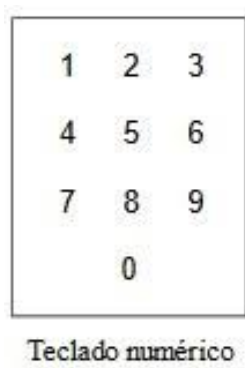


Denomina-se quadra a reunião de quatro cartas de mesmo valor. Observe, em um conjunto de cinco cartas, um exemplo de quadra:



O número total de conjuntos distintos de cinco cartas desse baralho que contêm uma quadra é igual a:

- (a) 624. (b) 676. (c) 715. (d) 720.
24. Um sistema de segurança de uma casa utiliza um teclado numérico, conforme ilustrado na figura:



Um ladrão observa de longe e percebe que:

- ▶ a senha utilizada possui 4 dígitos;
- ▶ o primeiro e o último dígitos encontram-se numa mesma linha;
- ▶ o segundo e o terceiro dígitos encontram-se na linha imediatamente superior.

Determine o número de senhas que deverão ser experimentadas pelo ladrão para que com certeza ele consiga entrar na casa.

25. (Fuvest) Maria deve criar uma senha de 4 dígitos para a sua conta bancária. Nessa senha somente os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5 podem ser usados e um mesmo algarismo pode aparecer mais de uma vez. Contudo, supersticiosa, Maria não quer que sua senha contenha o número 13, isto é, o algarismo 1 seguido imediatamente pelo algarismo 3. De quantos modos distintos Maria pode escolher sua senha?

Gabarito:

- | | | | | |
|--------------|----------|-----------|----------|-----------|
| 1. 12. | 6. 40. | 11. 120. | 16. 60. | 21. 2000. |
| 2. 29 e 208. | 7. 324. | 12. 4096. | 17. 108. | 22. 72. |
| 3. 6. | 8. (e) | 13. 9. | 18. 60. | 23. (a) |
| 4. 640. | 9. 10. | 14. 6. | 19. 328. | 24. 171. |
| 5. 20. | 10. 121. | 15. 125. | 20. 320. | 25. 551. |

- ▶ Segue o link com a correção dos exercícios:

<https://www.youtube.com/watch?v=07hnit0UtSk>