



Estudante:

Número:

_____ de _____ de 2025

Permutações

• Permutação simples

✓ Dados n objetos distintos $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, de quantos modos é possível ordená-los?

Por exemplo, para os objetos 1, 2 e 3 há 6 modos de ordená-los: 123, 132, 213, 231, 312, 321. Para isso teríamos 3 modos de escolher o primeiro objeto, 2 formas para escolher o segundo e apenas 1 forma de escolher o terceiro. Logo teríamos $3 \times 2 \times 1 = 6$ modos de ordená-los.

No caso geral, teríamos n modos de escolher o primeiro objeto, $n - 1$ formas de escolher o segundo, $n - 2$ formas de escolher o terceiro, $\dots$, 1 forma de escolher o objeto que ocupará o último lugar.

Desse modo, o número de modos de ordenar n objetos distintos é

$$n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = n!$$

• Permutação com elementos repetidos

✓ Quantos anagramas possui a palavra “ARARA”?

Poderíamos tomar a mesma estratégia anterior (permutação simples) para calcular a quantidade de anagramas. Mas temos que levar em consideração que a permutação entre as letras “A” e as letras “R” não interferem na contagem. Ou seja, precisamos desfazer essas permutações. Logo teremos $\frac{5!}{2!3!} = 10$.

De modo geral, o número de permutações com n objetos dos quais α são iguais, β são iguais, $\dots$, γ são iguais ($\alpha + \beta + \dots + \gamma = n$) é

$$P_n^{\alpha+\beta+\dots+\gamma} = \frac{n!}{\alpha! \times \beta! \times \dots \times \gamma!}$$

• **Exercícios (Permutação simples)**

1. Quantos são os anagramas da palavra FELIZ?
2. De quantos modos 6 pessoas podem ficar em uma fila?
3. 7 pessoas, dentre elas André e Bruna, devem ficar em fila. De quantas formas isso pode ser feito se André e Bruna devem sempre ficar juntos?
4. E separados?
5. Quantos anagramas da palavra THIAGO começam por vogal?

• **Exercícios (Permutação com elementos repetidos)**

1. Quantos são os anagramas da palavra CASA?
2. Quantos são os anagramas da palavra ABÓBORA (desconsidere a acentuação)?
3. De quantas formas distintas você pode efetuar 6 saltos de mesma medida, para direita ou para a esquerda e voltar para a posição inicial?
4. Um homem está na origem do plano cartesiano. Ele só pode dar um passo de cada vez nas direções horizontais ($\rightarrow$) ou verticais ($\uparrow$). Quantas trajetórias existem até o ponto (5,4)? E até o ponto (5,4) passando pelo ponto (3,2)?

Gabarito:

✓ Permutação simples:

1. $5! = 120$
2. $6! = 720$
3. $2! \times 6! = 1440$
4. $7! - 2! \times 6! = 3600$
5. $3 \times 5! = 360$

✓ Permutação com elementos repetidos:

1. $\frac{4!}{2!2!} = 6$
2. $\frac{7!}{2!2!2!} = 630$
3. $\frac{6!}{3!3!} = 20$
4. $\frac{9!}{5!4!} = 126$ e $\frac{5!}{3!2!} \times \frac{4!}{2!2!} = 10 \times 6 = 60$