



Estudante:

Número:

_____ de _____ de 2025

Combinação simples

• Combinação simples

✓ De quantos modos podemos escolher p objetos distintos entre n objetos distintos dados? Ou, o que é o mesmo, quantos são os subconjuntos com p objetos distintos do conjunto $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$?

Cada subconjunto com p elementos é chamado de uma combinação simples de p dos n objetos $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Assim, por exemplo, as combinações simples de classe 3 dos objetos a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 são

$$\begin{array}{ccccc} \{a_1, a_2, a_3\} & \{a_1, a_2, a_4\} & \{a_1, a_2, a_5\} & \{a_1, a_3, a_4\} & \{a_1, a_3, a_5\} \\ \{a_1, a_4, a_5\} & \{a_2, a_3, a_4\} & \{a_3, a_4, a_5\} & \{a_2, a_4, a_5\} & \{a_3, a_4, a_5\} \end{array}$$

Poderíamos pelo **Princípio Multiplicativo** calcular a quantidade de subconjuntos através de $5 \times 4 \times 3$ e em seguida dividir por $3!$ (isso retira a ordem entre os elementos), já que a ordenação entre os elementos não gera um novo subconjunto. Logo $\frac{5 \times 4 \times 3}{3!} = 10$.

No caso geral, a quantidade de modos em que podemos escolher p objetos distintos entre n objetos distintos dados, é igual a

$$C_n^p = C_{n,p} = \binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)! \times p!}$$

• **Exemplo 1:** Uma escola possui 6 professores de Matemática. Quantas comissões distintas de 4 professores de Matemática podemos formar?

Solução: Temos que escolher 4 professores de Matemática entre 6 disponíveis. Podemos fazer isso de $C_6^4 = \frac{6!}{2! \times 4!} = 15$ modos. $\square$

• **Exemplo 2:** Uma escola possui 5 professores de Matemática e 4 de Física. Quantas comissões distintas de 3 professores de Matemática e 2 professores de Física podemos formar?

Solução: Temos que escolher 3 professores de Matemática entre 5 disponíveis e 2 professores de Física entre os 4 disponíveis. Pelo princípio Multiplicativo, podemos fazer isso de $C_5^3 \times C_4^2 = \frac{5!}{2! \times 3!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} = 10 \times 6 = 60$ modos. $\square$

• Exercícios:

1. Dispondo-se de 4 pessoas, quantas duplas podemos formar?
2. Dispondo-se de 5 professores de Matemática, quantas comissões distintas de 3 professores podemos formar?
3. Dispondo-se de 6 professores de Matemática e 4 professores de química, quantas comissões podemos formar com 3 professores de Matemática e 2 de Química?
4. Em grupo de 4 homens e 5 mulheres, quantas comissões de 3 pessoas podemos formar com pelo menos 1 mulher?
5. Em um grupo de 10 pessoas, entre elas Thiago e Felipe, devemos escolher 6 pessoas para formar uma comissão, quantas comissões distintas podemos formar de modo que Thiago e Felipe estejam entre os escolhidos?
6. Duas retas paralelas r e s , possuem 5 e 4 pontos, respectivamente. Quantos triângulos distintos podemos formar com esses pontos?

Gabarito:

1. $C_4^2 = 6$
2. $C_5^3 = 10$
3. $C_6^3 \times C_4^2 = 20 \times 6 = 120$
4. $C_9^3 - C_4^3 = 84 - 4 = 80$
5. $C_8^4 = 70$
6. $C_5^2 \times C_4^1 + C_5^1 \times C_4^2 = 70$