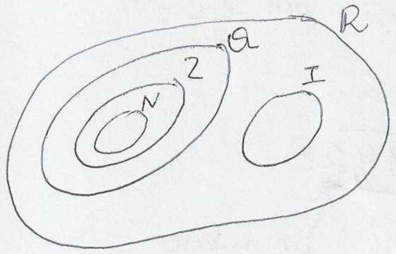
Lista 3 - Matemática I

① Observe o diagrama de Venn



letra $\underline{c}$ pois $N \cap I = \emptyset$

②

I. Se $a < b$ então $-a > -b$

$a < b$ → multiplicando por (-1) ambos os lados da desigualdade:

$a \cdot (-1) > b \cdot (-1)$

sinal inverte

$-a > -b$ verd

II. Se $a > b$ então $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

Esta afirmação só é válida para $\underline{a}$ e $\underline{b}$ positivos.

Por ex, para $a = 3$ e $b = -2$, temos: $3 > -2$ verd

e $\frac{1}{3} < -\frac{1}{2}$ Falso.

Falsa

III. Se $a < b$, então $a^2 < b^2$

Só é válida para $\underline{a}$ e $\underline{b}$ positivos.

Por ex, para $a = -3$ e $b = -2$

$-3 < -2$ verd

mas $(-3)^2 = 9$

$(-2)^2 = 4$

Logo, $9 < 4$ é Falso

Somente a I é verd. → letra $\underline{a}$

③

$$a = \frac{\sqrt{(-1)^2} \cdot 1{,}222\ldots}{(1{,}2)^{-1}}$$

$$a = \frac{\sqrt{1} \cdot \frac{12-1}{9}}{\left(\frac{12}{10}\right)^{-1}} = \frac{1 \cdot \frac{11}{9}}{\frac{10}{12}}$$

$$= \frac{11}{\cancel{9}_3} \cdot \frac{\cancel{12}^4}{10} = \frac{44}{30} = \frac{22}{15}$$

é racional

$b = 2\pi \cdot 1$

$b = 2\pi$ (irracional)

$$c = \sqrt{12} \cdot \sqrt{90} \cdot \sqrt{160} \cdot \sqrt{147}$$

$$2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{10} \cdot 4\sqrt{10} \cdot 7\sqrt{3}$$

$$\underbrace{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 7}_{168} \cdot \underbrace{\sqrt{3} \cdot \underbrace{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}}_{10} \cdot \sqrt{3}}_{3} = 5040$$

(inteiro)

analisando os itens

a) a e c são racionais

↳ verd

b) $c \in \underbrace{(Z \cap N)}_{\text{natural}}$ verd

inteiro positivo ↓ natural

c) $\underbrace{(R - Q)}_{\text{nºs irracionais}} \supset \{b, c\}$

Falso

$\cancel{c}$ não

d) $\{a, c\} \subset \underbrace{(R \cap Q)}_{\text{nºs racionais}}$

rac. inteiro

verd

Resp: letra d

---

④ $\frac{2}{3} = \frac{x}{y}$

Soma = 5 Soma = 25

fator 5 de multiplicação

$\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \boxed{\frac{10}{15}}$ $10 \times 15 = 150$

letra e

---

⑤

π com 10 casas decimais:

3,14159265359

aproximação por $\frac{22}{7}$:

$$\begin{array}{l|l} 22 & 7 \\ -21 & 3,1428... \\ 10 & \\ 30 & \\ 20 & \\ 60 & \\ 4... & \end{array}$$

primeiro que é diferente

letra c

---

⑥ $\frac{3}{7}, \frac{5}{6}, \frac{4}{9}, \frac{3}{5}$

fazer o mmc vai dar valor alto.
Melhor calcular decimal de cada um.

$\frac{3}{7} \simeq 0,428$ ← menor

$\frac{5}{6} \simeq 0,833$ ← maior

$\frac{4}{9} = 0,444...$

$\frac{3}{5} = 0,6$

Divisão menor pelo maior:

$\frac{3}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{3}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{18}{35}$ letra c

7) $\frac{2}{7} \rightsquigarrow$ 100° alg. após vírgula

$$\begin{array}{l|l} 20 & 7 \\ \hline 60 & 0,\underline{285714},285714\ldots \\ 40 & \\ 50 & \\ 10 & \\ 30 & \\ 2 \ldots & \end{array}$$

6 algarismos na parte decimal (dízima periódica)

a cada 6 algarismos se repete a sequência

100°?

$$\begin{array}{l|l} 100 & 6 \\ \hline 40 & 16 \\ 4 & \end{array}$$

16 blocos com 6 alg.

posição do 4° alg.

⇓

7 letra d

8)

a) F, por ex 11 é impar e não é divisível por 3

b) F, 14 termina em 4 e não é divisível por 4

c) V → pares divisíveis por 3 (6, 12, 18, 24, ...)

d) F → o nº que termina em 7 é impar logo não é divisível por 2

letra c

9) A, B → algarismos

Número AB ⇒ 10A + B

Número BA ⇒ 10B + A

BA excede AB em 27 unidade

↓

(terá mais!)

Equacionando:

$BA = AB + 27$

$10B + A = 10A + B + 27$

$10B - B = 10A - A + 27$

$9B = 9A + 27 \quad (\div 9)$

$\boxed{B = A + 3}$

A + B → quadrado perfeito.

$A = 1 \rightarrow B = 4 \qquad 1+4 = \cancel{5}$

$A = 2 \rightarrow B = 5 \qquad 2+5 = \cancel{7}$

$A = 3 \rightarrow B = 6 \qquad 3+6 = 9$ (3^2)

$A = 4 \rightarrow B = 7 \qquad 4+7 = \cancel{11}$

$A = 5 \rightarrow B = 8 \qquad 5+8 = \cancel{13}$

$A = 6 \rightarrow B = 9 \qquad 6+9 = \cancel{15}$

$A = 7 \rightarrow \cancel{B = 10}$

$\boxed{B = 6}$ letra d

10

divisor de 1 milhão

1.000.000

$= 10^6 = (2 \times 5)^6$

$= \boxed{2^6 \times 5^6}$

Qualquer divisor de 1 milhão só pode ter fatores 2 e 5 com expoente máximo igual a 6.

a) $25 = 5^2$ OK

b) $50 = 2 \times 5^2$ OK

c) $64 = 2^6$ OK

d) $75 = \boxed{3 \times 5^2}$

fator 3 não está na fatoração de 1 milhão

e) $250 = 2 \times 5^3$ OK

letra d

11

$N = \underbrace{1999^2 - 1997^2}_{\text{diferença de quadrados}} - 1998$

$(a^2 - b^2 = (a+b)(a-b))$

$N = \underbrace{(1999+1997)}_{3996} \cdot \underbrace{(1999-1997)}_{2} - 1998$

$N = 7992 - 1998$

$N = 5994$

5994	2
2997	3
999	3
333	3
111	3
37	37
1	

fatores primos:

$\underbrace{2, 3 \text{ e } 37}_{3 \text{ fatores}}$

letra c

12

$$n \,|\underline{\,7\,}$$
$$5 \quad q \quad \Rightarrow n = \boxed{7q+5}$$

$N = n^2 + n = (7q+5)^2 + 7q + 5$

$N = 49q^2 + 70q + 25 + 7q + 5$

$N = \boxed{49q^2 + 77q + 30}$

resto na divisão por 7?

$49q^2 + 77q + 30$

$\underbrace{49q^2 + 77q + 28}_{\text{múlt. de } 7} + 2$

$7(7q^2 + 11q + 4) + 2$

resto

letra d

13

$N = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 99 \times 100$

quantos zeros termina?

Cada zero é fator $10 = \boxed{2 \times 5}$

Precisamos contar o nº de fatores 5 que está em menor quantidade e fará pares com fator 2.

fator 5 aparece nos nºs:

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45,

50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100

20 fatores, porém em alguns (20 múltiplos)

desses nº o fator 5 aparece 2x

$25 = 5^2$

$50 = 2 \times 5^2$

$75 = 3 \times 5^2$

$100 = 2^2 \times 5^2$

$20 + 4 = 24$ zeros

letra e

14

$N \mid d$ (dividendo, divisor)

resto 6, quociente 3

$N = 3d + 6$

$N + d + 3 + 6 = 107 \rightarrow N + d = 98$

$3d + 6 + d = 98$

$4d = 92$

$d = \frac{92}{4}$

$d = 23$

$N = \underbrace{3 \cdot 23} + 6$

$N = 69 + 6$

$N = 75$

$75 - 23 = \underline{\underline{52}}$ letra c

15

20/jul/2008 → domingo

a cada 7 dias será domingo

3000 dias?

$3000 \div 7 = 428$ ← nº de semanas

20

60

4 ← + sobra de 4 dias

Dom + 4 = Quinta letra a

16

1º telefonema	→ dom	ciclo de 7 telefonemas
2º	→ 4ªf	
3º	→ sáb	
4º	→ 3ªf	
5º	→ 6ªf	
6º	→ 2ªf	
7º	→ 5ªf	
8º	→ dom	repete
9º	→ 4ª	
⋮	⋮	
100º	→ ?	

$100 \div 7 = 14$ ← ciclos que se encerram na 5ªf

30

2 ← mais 2 telefonemas

⇒ 4ªf

17

$497 = \_\_ + \_\_$

nº ímpar, nº par, nº ímpar

O único par primo é o $\underline{\underline{2}}$.

$497 = \underset{\smile}{2} + \underset{\smile}{495}$ ← não é primo pois é divisível por 5.

Resp: nenhuma

18

1

2 3 4

5 6 7 8 9

10 11 12 13 14 15 16

⋮

Observe os últimos números das linhas.

$1 \rightarrow 1^2$

$4 \rightarrow 2^2$

$9 \rightarrow 3^2$

$16 \rightarrow 4^2$

$25 \rightarrow 5^2$

…

São os quadrados perfeitos.

O nº mais próximo de 142 é o $144 = 12^2$.

Logo podemos concluir a posição do 142.

1

4

⋮

… 99 100 $\rightarrow 10^2$

… 119 120 121 $\rightarrow 11^2$

… 141 142 143 144 $\rightarrow 12^2$

Resp: 120 letra c