

Lista 3 - Mat I

1) Para todos os itens será necessário encontrar as raízes, o vértice e o ponto de interseção com o eixo y.

a) $f(x) = x^2 - 6x + 8$

$\begin{matrix} a=1 \\ b=-6 \\ c=8 \end{matrix}$

raízes: $x^2 - 6x + 8 = 0$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8$

$\Delta = 36 - 32$

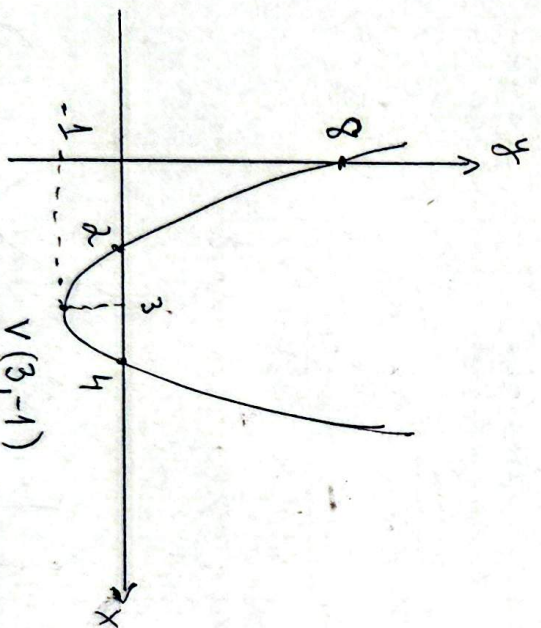
$\Delta = 4$

$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 2}{2} < \begin{matrix} \frac{8}{2} = 4 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{matrix}$

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$

$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{4 \cdot 1} = -1 \quad v(3, -1)$

Interseção com eixo y $\Rightarrow$ valor $\underline{\underline{C}}$
(0, 8)



$\text{Im } f = [-1, +\infty[$

b) $f(x) = x^2 - 5x + 6$ $\begin{matrix} a=1 \\ b=-5 \\ c=6 \end{matrix}$

raízes: $x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6$

$\Delta = 25 - 24$

$\Delta = 1$

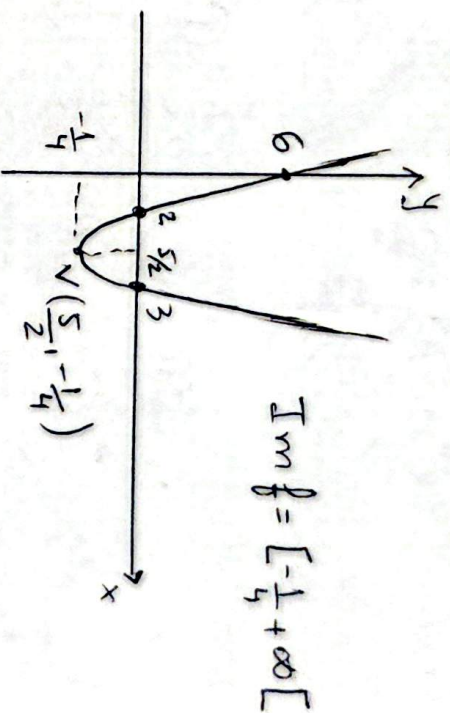
$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} < \begin{matrix} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{matrix}$

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2 \cdot 1} = \frac{5}{2}$

$v(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4})$

$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1}{4 \cdot 1} = -\frac{1}{4}$

Interseção eixo y $\Rightarrow$ (0, 6)



$\text{Im } f = [-\frac{1}{4}, +\infty[$

c) $f(x) = -x^2 - 3x + 28$ $\begin{matrix} a=-1 \\ b=-3 \\ c=28 \end{matrix}$

raízes: $-x^2 - 3x + 28 = 0$

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 28$

$\Delta = 9 + 112$

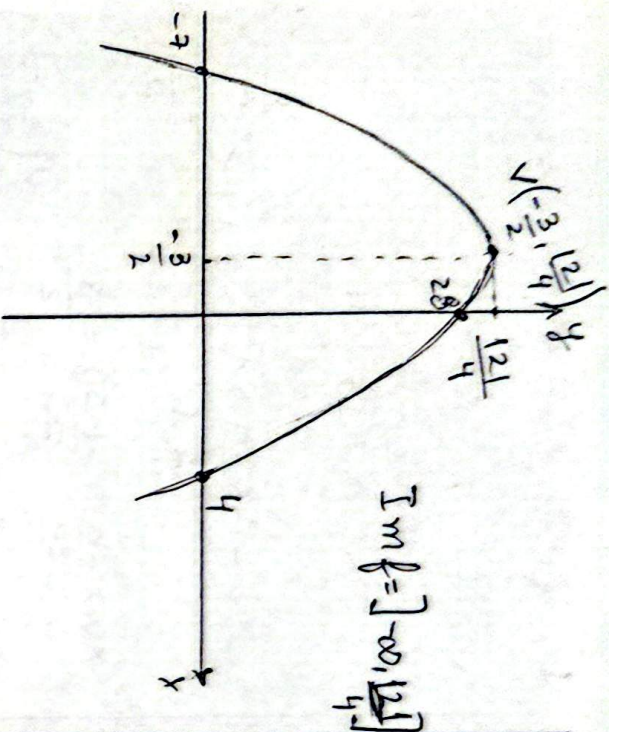
$\Delta = 121$

$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{121}}{2 \cdot (-1)} = \frac{3 \pm 11}{-2} < \begin{matrix} \frac{14}{-2} = -7 \\ \frac{-8}{-2} = 4 \end{matrix}$

$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2 \cdot (-1)} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$

$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-121}{4 \cdot (-1)} = \frac{-121}{-4} = \frac{121}{4}$

eixo y $\Rightarrow$ (0, 28) $v(-\frac{3}{2}, \frac{121}{4})$



d) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ $\begin{matrix} a=3 \\ b=-4 \\ c=1 \end{matrix}$

raízes: $3x^2 - 4x + 1 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1$

$\Delta = 16 - 12$

$\Delta = 4$

$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 3} = \frac{4 \pm 2}{6} \begin{matrix} \frac{6}{6} = 1 \\ \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{matrix}$

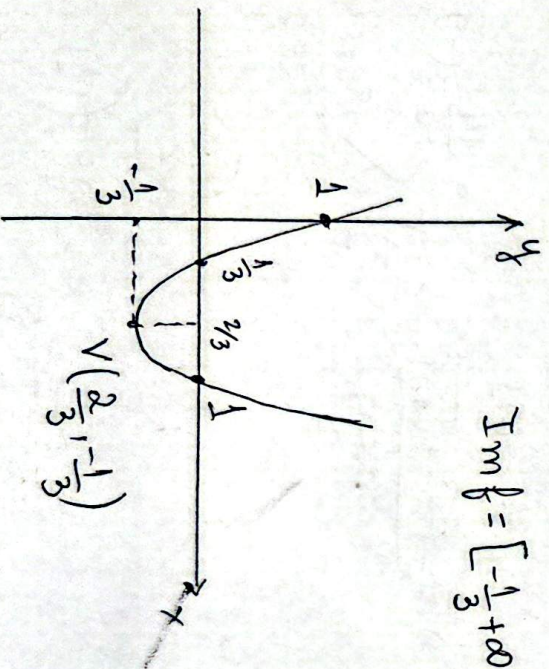
$x_v = \frac{-(-4)}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$y_v = \frac{-4}{4 \cdot 3} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3}$

$v(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$

eixo y $\Rightarrow (0, 1)$

$\text{Im } f = [-\frac{1}{3}, +\infty[$



e) $f(x) = -x^2 - 6x$ $\begin{matrix} a=-1 \\ b=-6 \\ c=0 \end{matrix}$

raízes: $[-x^2 - 6x = 0]$

$x \cdot (-x - 6) = 0$

equação incompleta

$x = 0$ $\downarrow$ $-x - 6 = 0$

$-x = +6$

$x = -6$

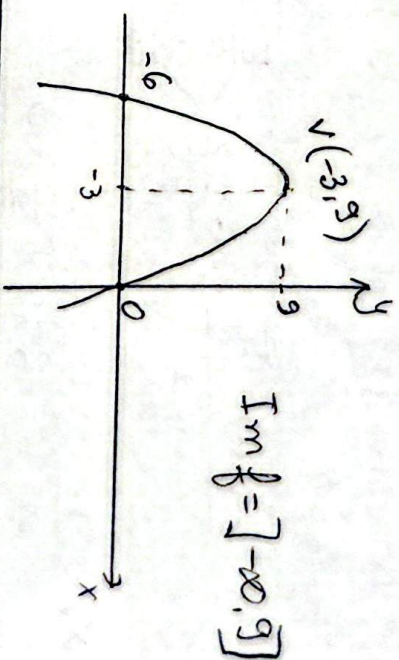
$x_v = \frac{0 + (-6)}{2} = -3$

$v(-3, 9)$

$y_v = -(-3)^2 - 6(-3) = -9 + 18 = 9$

substituir x por 3 na função

eixo y $\Rightarrow (0, 0)$



f) $f(x) = 4x^2 - 4x + 3$ $\begin{matrix} a=4 \\ b=-4 \\ c=3 \end{matrix}$

raízes: $4x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3$

$\Delta = 16 - 48$

$\Delta = (-32) \rightarrow$ não tem raiz real

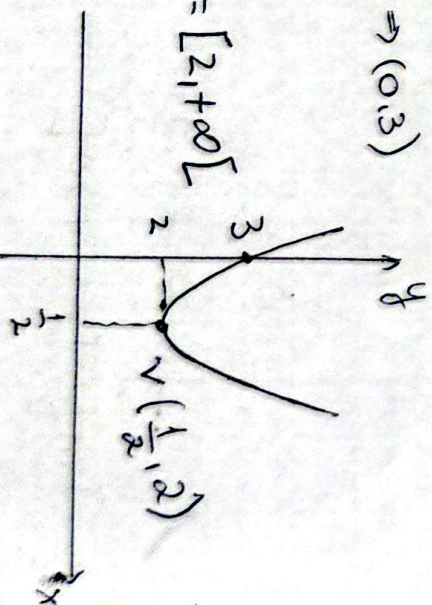
$x_v = \frac{-(-4)}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$v(\frac{1}{2}, 2)$

$y_v = \frac{-(-32)}{4 \cdot 4} = \frac{32}{16} = 2$

eixo y $\Rightarrow (0, 3)$

$\text{Im } f = [2, +\infty[$



$$f(x) = -x^2 - 2x - 3 \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\text{raízes: } -x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3)$$

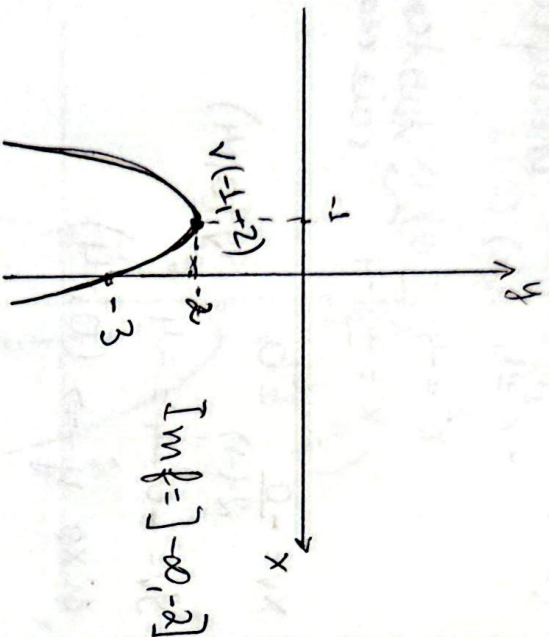
$$\Delta = 4 - 12$$

$\Delta = -8 \rightarrow$ não tem raiz real

$$x_v = \frac{-(-2)}{2 \cdot (-1)} = \frac{+2}{-2} = \textcircled{-1}$$

$$y_v = \frac{-(-8)}{4 \cdot (-1)} = \frac{+8}{-4} = \textcircled{-2} \quad v(-1, -2)$$

$$\text{eixo } y \Rightarrow (0, -3)$$



$$h) f(x) = x^2 - 1$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\text{raízes: } \boxed{x^2 - 1 = 0}$$

$\rightarrow$ equação incompleta

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm \sqrt{1}$$

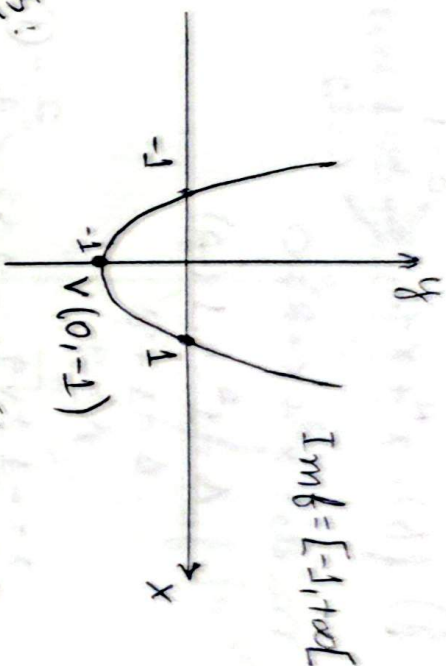
$$x = \textcircled{\pm 1}$$

$$x_v = \frac{-\frac{0}{2} + 1}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$y_v = 0^2 - 1 = -1$$

$$v(0, -1)$$

$$\text{eixo } y \Rightarrow (0, -1)$$



OBS:

A parábola é simétrica no eixo y . Isso ocorre quando $b = 0$.

$$i) f(x) = x^2 + 3x + 2$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\text{raízes: } x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2$$

$$\Delta = 9 - 8$$

$$\Delta = 1$$

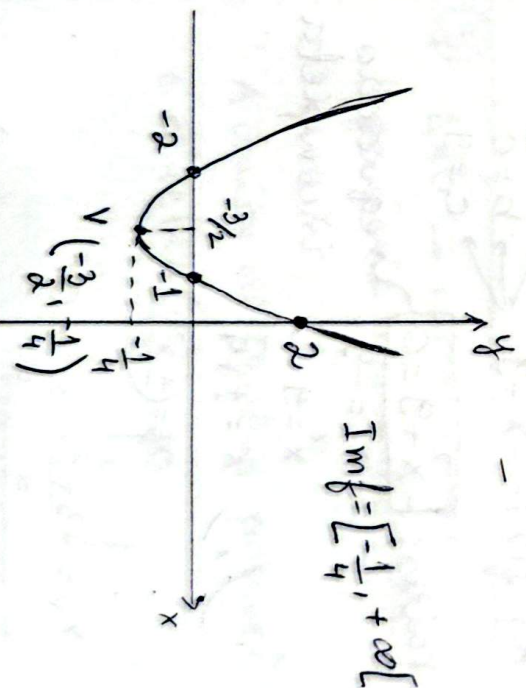
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2} \quad \begin{cases} \frac{-2}{2} = \textcircled{-1} \\ \frac{-4}{2} = \textcircled{-2} \end{cases}$$

$$x_v = \frac{-3}{2 \cdot 1} = -\frac{3}{2}$$

$$y_v = \frac{-1}{4 \cdot 1} = -\frac{1}{4}$$

$$v\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$$

$$\text{eixo } y \Rightarrow (0, 2)$$



g) $f(x) = x^2 + x - 2$ $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=-2 \end{cases}$

raízes: $x^2 + x - 2 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)$

$\Delta = 1 + 8$

$\Delta = 9$

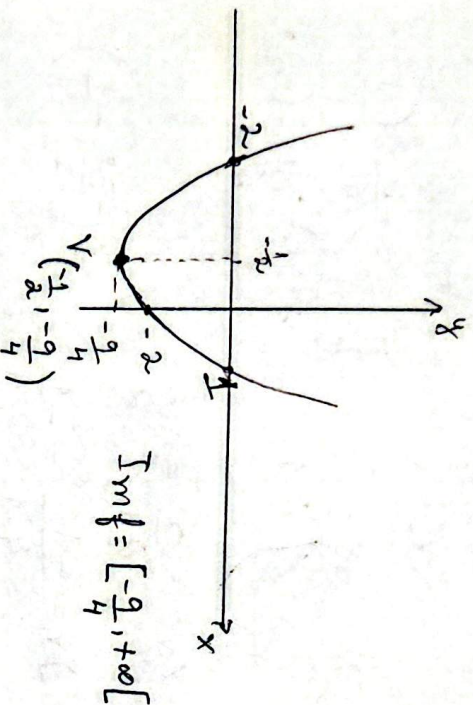
$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 3}{2}$ $\begin{cases} \frac{2}{2} = 1 \\ -\frac{4}{2} = -2 \end{cases}$

$x_v = \frac{-1}{2 \cdot 1} = -\frac{1}{2}$

$y_v = \frac{-9}{4 \cdot 1} = -\frac{9}{4}$

$v(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{4})$

eixo y $\Rightarrow (0, -2)$



k) $f(x) = -x^2 + 9$

$\begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=9 \end{cases}$

raízes: $-x^2 + 9 = 0$

$-x^2 = -9$

$x^2 = 9$

$x = \pm \sqrt{9}$

$x = (\pm 3)$

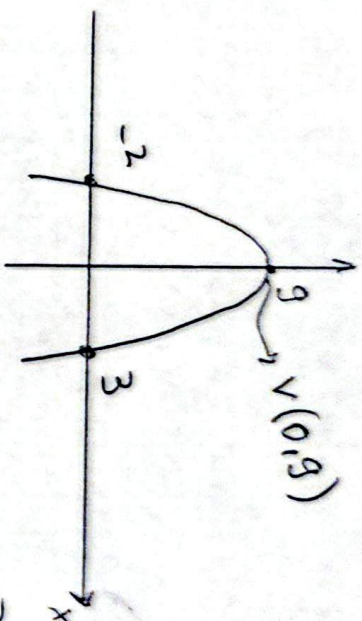
equação
incompleta

$x_v = -\frac{3+3}{2} = -\frac{0}{2} = 0$

$y_v = -0^2 + 9 = 9$

$v(0, 9)$

eixo y $\Rightarrow (0, 9)$



$Im f =]-\infty, 9]$

l) $f(x) = -x^2 - 4$

$\begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=-4 \end{cases}$

raízes: $-x^2 - 4 = 0$

$-x^2 = 4$ $\cdot (-1)$

$x^2 = -4$

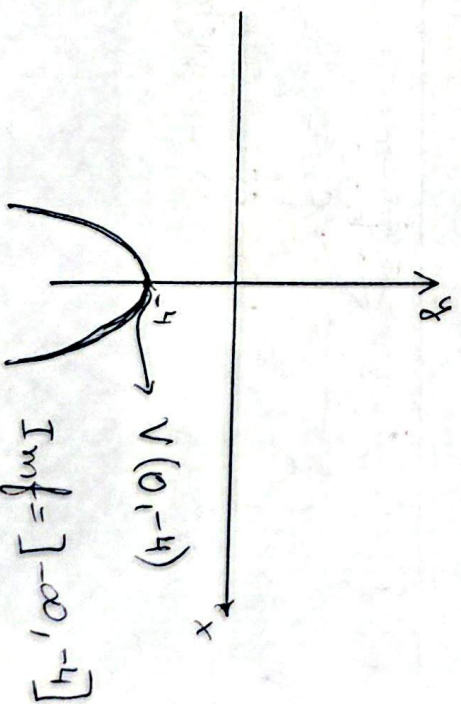
$x = \pm \sqrt{-4}$ $\rightarrow$ não tem
raiz real

$x_v = \frac{-0}{2 \cdot (-1)} = 0$

$v(0, -4)$

$y_v = -0^2 - 4 = -4$

eixo y $\Rightarrow (0, -4)$



obs:

Não tem raiz real $\Rightarrow$ parábola
não intercepta o eixo x.

Como $b=0$, o eixo de simetria
é o eixo y.

$$m) f(x) = -x^2 + x + 2 \quad \begin{matrix} a = -1 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{matrix}$$

$$\text{raízes: } -x^2 + x + 2 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2$$

$$\Delta = 1 + 8$$

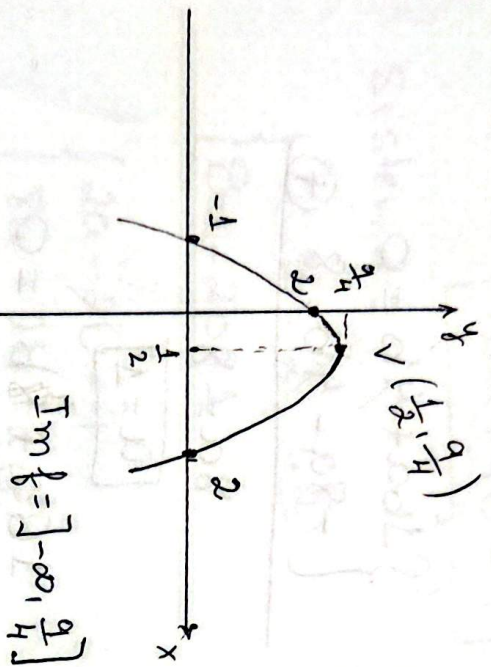
$$\Delta = 9$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-1 \pm 3}{-2} \quad \begin{matrix} \frac{2}{-2} = -1 \\ \frac{-4}{-2} = 2 \end{matrix}$$

$$x_v = \frac{-1}{2 \cdot (-1)} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$y_v = \frac{-9}{4 \cdot (-1)} = \frac{-9}{-4} = \frac{9}{4} \quad v\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$$

$$\text{eixo } y \Rightarrow (0, 2)$$



$$n) f(x) = x^2 - 4x + 10 \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 10 \end{matrix}$$

$$\text{raízes: } x^2 - 4x + 10 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10$$

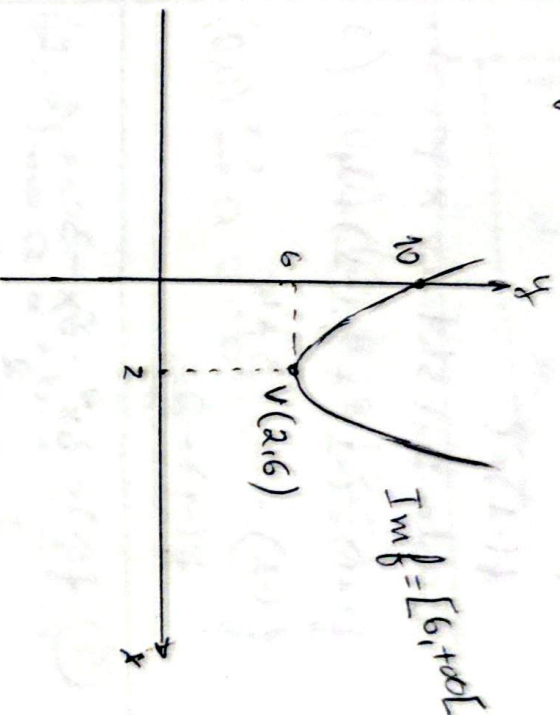
$$\Delta = 16 - 40$$

$$\Delta = -24 \quad \text{não tem raiz real}$$

$$x_v = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2 \quad v(2, 6)$$

$$y_v = \frac{-(-24)}{4 \cdot 1} = \frac{24}{4} = 6$$

$$\text{eixo } y \Rightarrow (0, 10)$$



$$2) f(x) = 2x^2 - 8x + 6 \quad \begin{matrix} a = 2 \\ b = -8 \\ c = 6 \end{matrix}$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6$$

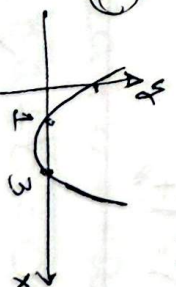
$$\Delta = 64 - 48$$

$$\Delta = 16$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 2} = \frac{8 \pm 4}{4} \quad \begin{matrix} \frac{12}{4} = 3 \\ \frac{4}{4} = 1 \end{matrix}$$

$$a = 2 \text{ (positivo)} \rightarrow \text{concavidade P} \text{ cima}$$

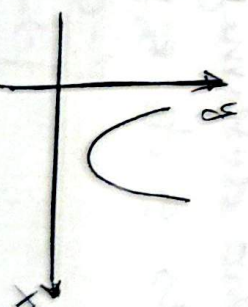
$$\text{Resp: } a)$$



$$3) \Delta < 0 \rightarrow \text{não tem raiz real.}$$

$$\text{A parábola não intercepta o eixo } x.$$

$$\text{A única alternativa possível é a letra d)}$$



$$(4) \quad f(x) = x^2 + 3x + 4$$

$$f(-1) = ?$$

Basta substituir x por -1 .

$$f(-1) = (-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 4$$

$$f(-1) = 1 - 3 + 4$$

$$f(-1) = \underline{\underline{2}}$$

$$(5) \quad f(x) = 3x^2 - 3x - 3$$

$$f(2) = 3 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 - 3$$

$$f(2) = 3 \cdot 4 - 6 - 3$$

$$f(2) = 12 - 6 - 3$$

$$f(2) = \underline{\underline{3}}$$

$$(6) \quad f(x) = 2x^2 - 5x - 1$$

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - 5 \cdot (-2) - 1$$

$$f(-2) = 2 \cdot 4 + 10 - 1$$

$$f(-2) = 8 + 10 - 1$$

$$f(-2) = \underline{\underline{17}}$$

(7)

$$a) (0,0), (4,0) \text{ e } (2,-4)$$

Precisamos substituir os

3 pares ordenados na lei

da função $f(x) = ax^2 + bx + c$

Para determinar os coeficien

tes a , b e c .

$$(0,0) \xrightarrow{x=0} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0$$

$$\boxed{c = 0}$$

$$(4,0) \xrightarrow{x=4} a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c = 0$$

$$\boxed{16a + 4b = 0}$$

$$(2,-4) \xrightarrow{x=2} a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = -4$$

$$\boxed{4a + 2b = -4}$$

Sistema de equações:

$$\begin{cases} 16a + 4b = 0 \\ 4a + 2b = -4 \end{cases}$$

$$4a + 2b = -4 \cdot (-2)$$

$$\begin{cases} 16a + 4b = 0 \\ -8a - 4b = 8 \end{cases} \oplus$$

$$8a = 8$$

$$\boxed{a = 1}$$

$$16a + 4b = 0$$

$$16 \cdot 1 + 4b = 0$$

$$16 + 4b = 0$$

$$4b = -16$$

$$\boxed{b = -4}$$

Logo,

$$\boxed{f(x) = x^2 - 4x}$$

$$b) (0, -2), (-1, 0) \in (4, 0)$$

$$(0, -2) \xrightarrow{x=0} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = -2$$

$$\boxed{c = -2}$$

$$(-1, 0) \xrightarrow{x=-1} a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 0$$

$$a - b + (-2) = 0$$

$$\boxed{a - b = 2}$$

$$(4, 0) \xrightarrow{x=4} a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c = 0$$

$$16a + 4b + (-2) = 0$$

$$\boxed{16a + 4b = 2}$$

Sistema:

$$\begin{cases} a - b = 2 & (2) \\ 8a + 2b = 1 & (\div 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - 2b = 4 \\ 8a + 2b = 1 & (+) \end{cases}$$

$$10a = 5$$

$$a = \frac{5}{10}$$

$$\boxed{a = \frac{1}{2}}$$

$$a - b = 2$$

$$\downarrow \frac{1}{2} - b = 2$$

$$1 - 2b = 4$$

$$-2b = 3$$

$$| b = -\frac{3}{2} |$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$$

$$c) (0, 0), (2, -4) \in (3, 0)$$

$$(0, 0) \xrightarrow{x=0} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0$$

$$\boxed{c = 0}$$

$$(2, -4) \xrightarrow{x=2} a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = -4$$

$$\boxed{4a + 2b = -4}$$

$$(3, 0) \xrightarrow{x=3} a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = 0$$

$$\boxed{9a + 3b = 0}$$

Sistema:

$$\begin{cases} 4a + 2b = -4 & (\div 2) \\ 9a + 3b = 0 & (\div 3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + b = -2 & \cdot (-1) \\ 3a + b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2a - b = 2 \\ 3a + b = 0 & (+) \end{cases}$$

$$\boxed{a = 2}$$

$$2a + b = -2$$

$$2 \cdot 2 + b = -2$$

$$b = -2 - 4$$

$$\boxed{b = -6}$$

$$f(x) = 2x^2 - 6x$$

d) $(-2, 0), (1, 9) \text{ e } (-3, -7)$

$$(-2, 0) \xrightarrow{x=-2} a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c = 0$$

$$\boxed{4a - 2b + c = 0}$$

$$(1, 9) \xrightarrow{x=1} a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 9$$

$$\boxed{a + b + c = 9}$$

$$(-3, -7) \xrightarrow{x=-3} a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + c = -7$$

$$\boxed{9a - 3b + c = -7}$$

Sistema com 3 equações:

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ a + b + c = 9 \\ 9a - 3b + c = -7 \end{cases}$$

Escolhemos uma das equações para isolar, por ex, a incógnita $\underline{c}$ para depois substituir nas outras equações.

Das 3 equações a "mais simples" é a 2ª equação:

$$a + b + c = 9$$

Escolhe essa para isolar $\underline{c}$.

Temos: $c = \boxed{9 - a - b}$

Essa expressão, que é $\underline{c}$, será substituída nas outras equações.

$$\boxed{4a - 2b + c = 0}$$

$$4a - 2b + \underbrace{9 - a - b}_{\downarrow} = 0$$

$$3a - 3b = -9 \quad (\div 3)$$

$$\boxed{a - b = -3}$$

$$\boxed{9a - 3b + c = -7}$$

$$9a - 3b + \underbrace{9 - a - b}_{\downarrow} = -7$$

$$8a - 4b = -7 - 9$$

$$8a - 4b = -16 \quad (\div 4)$$

$$\boxed{2a - b = -4}$$

Temos agora um sistema com duas equações:

$$\begin{cases} a - b = -3 \\ 2a - b = -4 \end{cases} \quad \cdot (-1)$$

$$\begin{cases} -a + b = 3 \\ 2a - b = -4 \end{cases} \quad (+)$$

$$\boxed{a = -1}$$

$$-a + b = 3$$

$$-(-1) + b = 3$$

$$1 + b = 3$$

$$\boxed{b = 2}$$

Calculamos finalmente o valor de c .

$$c = 9 - a - b$$

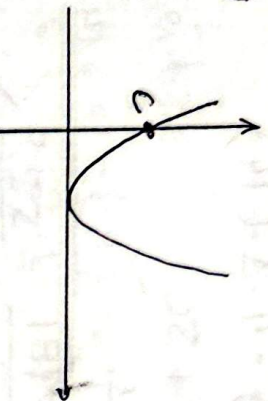
$$c = 9 - (-1) - 2$$

$$c = 9 + 1 - 2$$

$$\boxed{c = 8}$$

$$\log f(x) = -x^2 + 2x + 8$$

8



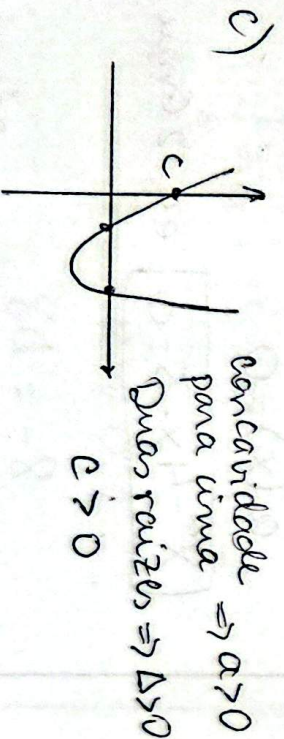
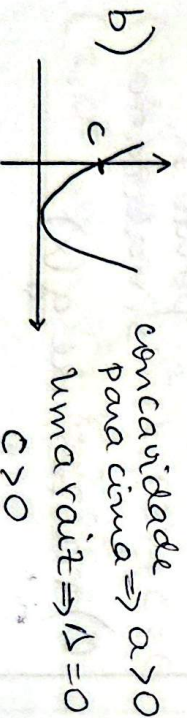
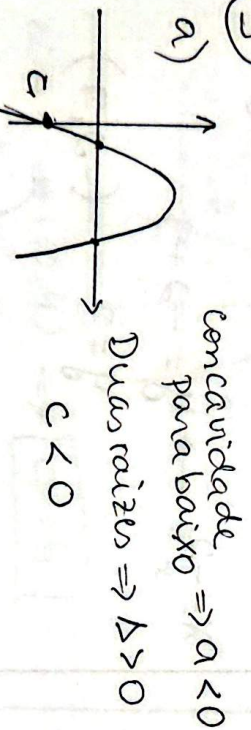
Concavidade p/ cima $\Rightarrow a > 0$

Apenas uma raiz $\Rightarrow \Delta = 0$

Interseção com eixo y $\Rightarrow c > 0$

Resp: Letra C

9



10

$$h(t) = -5t^2 + 20t$$

$$-5t^2 + 20t = 0$$

$$t(-5t + 20) = 0$$

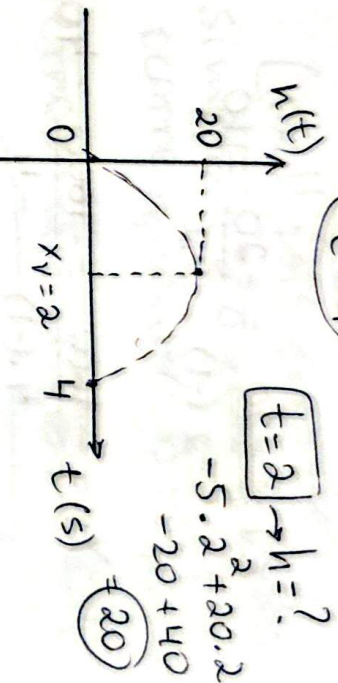
↓

$$-5t + 20 = 0$$

$$t = 0$$

$$-5t = -20$$

$$t = 4$$



a) altura máx = 20m

b) atinge altura máx $\Rightarrow t = 2s$

11

$$h(t) = -t^2 + 20t + 300$$

$$a) t = 0 \rightarrow h = 300 \text{ m}$$

$$\text{raízes: } -t^2 + 20t + 300 = 0$$

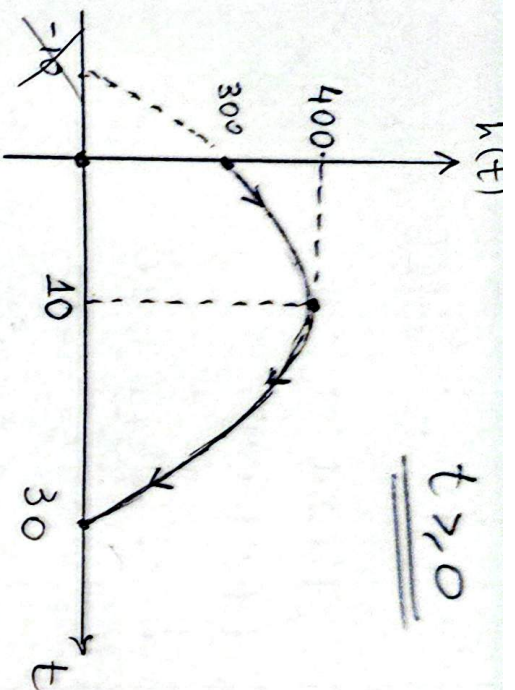
$$\Delta = 20^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 300$$

$$\Delta = 400 + 1200$$

$$\Delta = 1600$$

$$t = \frac{-20 \pm \sqrt{1600}}{2 \cdot (-1)}$$

$$t = \frac{-20 \pm 40}{-2} \rightarrow \begin{matrix} \frac{20}{-2} = -10 \\ \frac{-60}{-2} = 30 \end{matrix}$$

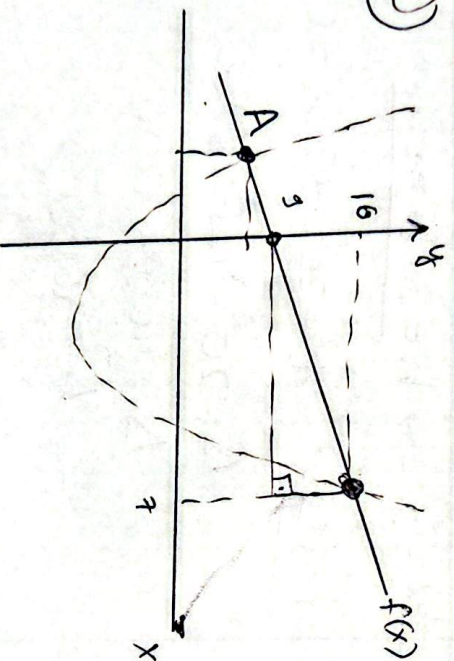


$$xv = \frac{-20}{2 \cdot (-1)} = \frac{-20}{-2} = 10$$

$$yv = \frac{-1600}{4 \cdot (-1)} = \frac{-1600}{-4} = 400$$

b) $t = 10s \rightarrow h = 400m$

c) $t = 30s$ (alvo é em $h=0$)
raiz da função



a) $f(x) = ax + b$

$\downarrow$
 $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7}{7} = 1$

$$f(x) = x + 9$$

b) Interseção dos Gráficos
 $\Downarrow$
igualar as funções

$$g(x) = f(x)$$

$$x^2 - 4x - 5 = x + 9$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

eq. 2º Grau

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14)$$

$$\Delta = 25 + 56$$

$$\Delta = 81$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 9}{2} \begin{cases} \frac{14}{2} = 7 \\ \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

Temos para:

$$x = 7 \rightarrow y = 7 + 9 = 16 \quad \text{Ponto } A \text{ no Gráfico}$$

$$x = -2 \rightarrow y = -2 + 9 = 7$$

$$y = 7 \quad \text{Ponto } A \text{ sinalizado}$$

c) raízes de $g(x)$

$$g(x) = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \quad \text{eq. 2º Grau}$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)$$

$$\Delta = 16 + 20$$

$$\Delta = 36$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{4 \pm 6}{2} \rightarrow \begin{matrix} \frac{10}{2} = 5 \\ \frac{-2}{2} = -1 \end{matrix}$$

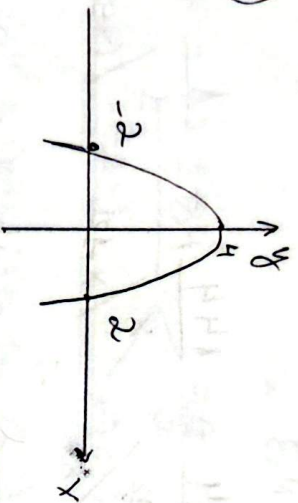
Vértice:

$$x_v = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_v = \frac{-36}{4 \cdot 1} = -\frac{36}{4} = -9$$

$$v(2, -9)$$

13



$$\text{eixo } y \Rightarrow (0, 4) \Rightarrow \boxed{c=4}$$

$$(-2, 0) \Rightarrow a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c = 0$$

$$(2, 0) \Rightarrow a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 0$$

$$\begin{cases} 4a - 2b + 4 = 0 \\ 4a + 2b + 4 = 0 \end{cases} \quad (+)$$

$$8a + 8 = 0$$

$$8a = -8$$

$$\boxed{a = -1}$$

$$4a - 2b + 4 = 0$$

$$4 \cdot (-1) - 2b + 4 = 0$$

$$-4 - 2b + 4 = 0$$

$$2b = 0$$

$$\boxed{b = 0}$$

OK!! pois eixo de simetria é o eixo y . Isto ocorre quando $b = 0$.

Temos: $a = -1$, $b = 0$, $c = 4$

$$\text{Logo } f(x) = -x^2 + 4$$

Outra forma de encontrar a lei é usar a forma fatorada:

$$f(x) = a \cdot (x - r_1) \cdot (x - r_2)$$

r_1, r_2 são -2 e 2 .

$$\text{Logo, } f(x) = a \cdot (x + 2)(x - 2)$$

Substituímos agora o ponto $(0, 4)$.

$$a \cdot (0 + 2)(0 - 2) = 4$$

$$a \cdot 2 \cdot (-2) = 4$$

$$-4a = 4$$

$$\boxed{a = -1}$$

$$f(x) = (-1)(x+2)(x-2)$$

$x^2 - 4$

$$f(x) = -x^2 + 4$$

(14)

$$y = -40x^2 + 200x$$

$$-40x^2 + 200x = 0$$

$$x(-40x + 200) = 0$$

$$\downarrow$$

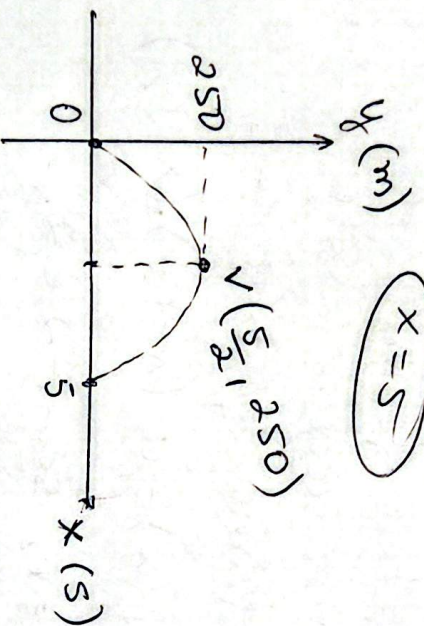
$$x = 0$$

$$-40x + 200 = 0$$

$$-40x = -200$$

$$x = \frac{200}{40}$$

$$x = 5$$



$$xv = 0 + \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$yv = -40\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 200 \cdot \frac{5}{2}$$

$$= -40 \cdot \frac{25}{4} + \frac{1000}{2}$$

$$= -250 + 500$$

$$= 250$$

alt. max = 250m
projétil
no ar $\Rightarrow t = 5s$

(15)

{ 144 doces
x estudantes

Cada estudante receberia:

$$\frac{144}{x}$$

Com a falta de 12 alunos,
teremos que cada um
receber

$$\frac{144}{x-12}$$

Essa quantidade é
igual a anterior + 1.
Logo, temos a equação:

$$\frac{144}{x-12} = \frac{144}{x} + 1$$

Fazendo mmc $(x-12, x) = (x-12) \cdot x$

$$\frac{144}{x-12} = \frac{144}{x} + \frac{1}{1} \quad \frac{1}{(x-12) \cdot x}$$

$$144x = 144(x-12) + (x-12) \cdot x$$

$$144x = 144x - 1728 + x^2 - 12x$$

$$0 = x^2 - 12x - 1728$$

eq. 2º Grau!

$$x^2 - 12x - 1728 = 0$$

$$a = 1, b = -12, c = -1728$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1728)$$

$$\Delta = 144 + 6912$$

$$\Delta = 7056$$

fatoração de 7056:

$$\begin{array}{r} 7056 \\ 3528 \quad 2 > (2) \\ 1764 \quad 2 > (2) \\ 882 \quad 2 > (2) \\ 441 \quad 3 > (3) \\ 147 \quad 3 > (3) \\ 49 \quad 7 > (7) \\ 7 \end{array}$$

$$\sqrt{7056} = 2^2 \times 3 \times 7 = 12 \times 7 = 84$$

$$x = \frac{12 \pm 84}{2 \cdot 1} < \frac{96}{2} = (48)$$

$$-\frac{12}{2} = \cancel{(36)}$$

(x precisa ser $\oplus$)

Temos 48 estudantes:

$$\frac{144}{48} = 3 \text{ doces para cada}$$

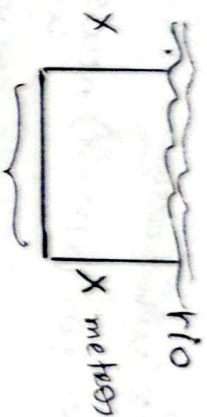
faltando 12, temos $\frac{48-12}{36}$

$$\frac{144}{36} = 4 \text{ doces}$$

(1 a mais que antes)

Temos 36 alunos presentes.
(letra C)

16



$$\text{Área} = (60 - 2x) \cdot x$$

$$A = 60x - 2x^2$$

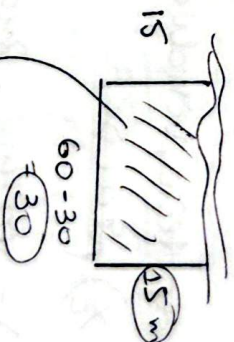
parábola com concavidade para baixo. ($a = -2$)

Logo tem valor máximo.

$$A = -2x^2 + 60x$$

$$x_v = -\frac{60}{2 \cdot (-2)} = -\frac{60}{-4} = \boxed{15}$$

Substituindo no desenho:



$$A_{\text{máx}} = 30 \times 15 = 450 \text{ m}^2$$

OU

Substituindo $x = 15$

na expressão da área

$$A = -2x^2 + 60x$$

$$A = -2 \cdot 15^2 + 60 \cdot 15$$

$$A = -2 \cdot 225 + 900$$

$$A = -450 + 900$$

$$A = 450$$

letra C

17

x unidades

vende por $(500 - x)$ reais por unidade

⊕ custo de 100 reais por unidade
 ⊕ custo fixo de 10 mil reais

Vamos escrever primeiro a função custo que é uma função afim:

$$C(x) = 100 \cdot x + 10.000$$

Escrevemos agora a função Receita (Valor arrecadado pela venda das x unidades) Cada unidade é vendida por $(500 - x)$ reais.

Logo, $R(x) = \text{valor} \cdot \text{quantidade vendida}$

$$R(x) = (500 - x) \cdot x$$

A função lucro é a diferença entre a Receita e o custo.

$$L(x) = R(x) - C(x)$$

Substituindo $R(x)$ e $C(x)$,

temos:

$$L(x) = (500 - x) \cdot x - (100x + 10.000)$$

$$L(x) = 500x - x^2 - 100x - 10.000$$

$$L(x) = -x^2 + 400x - 10.000$$

é uma função quadrática

com $a = -1$, $b = 400$, $c = -10.000$

concauidade p/baixo
 Logo, tem valor máx.

b) x para $\text{lu} \text{ máx}$.

⇓

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = -\frac{400}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_v = \frac{-400}{-2}$$

$$x_v = 200 \text{ unidades}$$

$$c) \text{ lucro máx} \Rightarrow y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

ou

Substituímos x_v na função

$$\begin{aligned}
 L(x) &= -200^2 + 400 \cdot 200 - 10.000 \\
 &= -40.000 + 80.000 - 10.000 \\
 &= 40.000 - 10.000 \\
 &= \boxed{30.000 \text{ reais}}
 \end{aligned}$$

(18)

$y = x^2 - x - 6$

eixo $y \Rightarrow (0, -6)$

raízes: $x^2 - x - 6 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)$

$\Delta = 1 + 24$

$\Delta = 25$

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1}$

$2 \cdot 1$

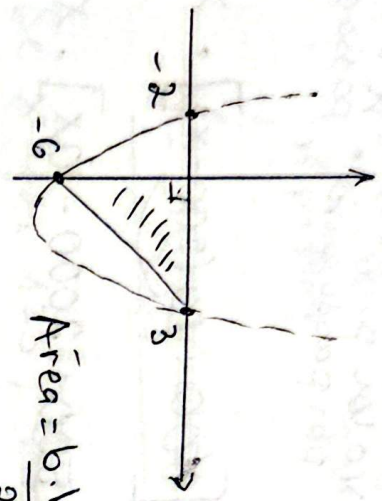
$x = \frac{1 \pm 5}{2}$

$\frac{6}{2}$

$= 3$

$\frac{-4}{2}$

$= -2$

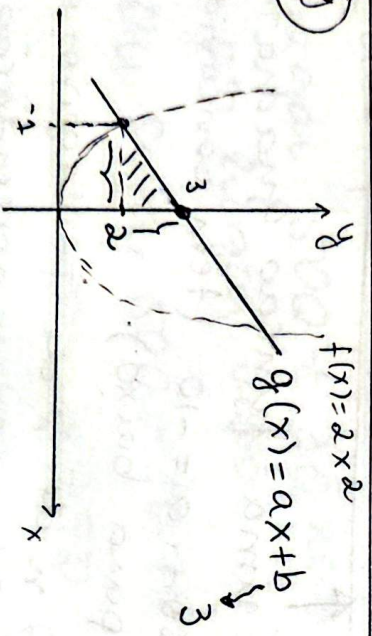


$\text{Área} = \frac{b \cdot h}{2}$

$A = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9$

letra C

(19)



$f(x) = 2x^2$

$g(x) = ax + b$

Para $x = -1 \rightarrow g(-1) = 2 \cdot (-1)^2$

$g(-1) = 2 \cdot 1$

$g(-1) = 2$

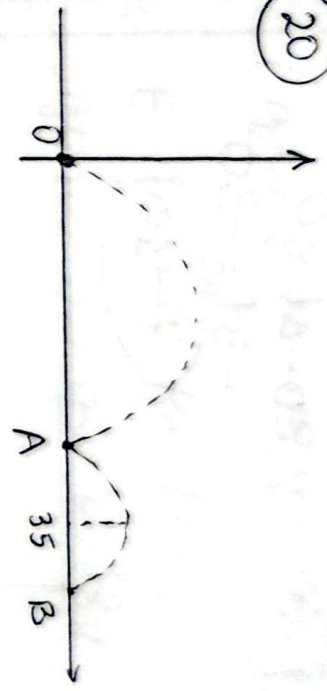
(20)

Logo, $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-2}{1-1} = \frac{1}{1} = 1$

$g(x) = x + 3$

$g(3) = 3 + 3 = 6$

letra C



A parábola $y = -\frac{x^2}{75} + \frac{2x}{5}$ é a

primeira do gráfico, pois

$c = 0$. Calculando as

raízes, temos:

$-\frac{x^2}{75} + \frac{2x}{5} = 0$

$\frac{1}{15} / \frac{1}{15}$

$-x^2 + 30x = 0$

$x(-x + 30) = 0$

$x = 0$

$-x + 30 = 0$

$-x = -30$

$x = 30$



letra B

40 m

21) $h(t) = 30t - 3t^2$

$$30t - 3t^2 = 0$$

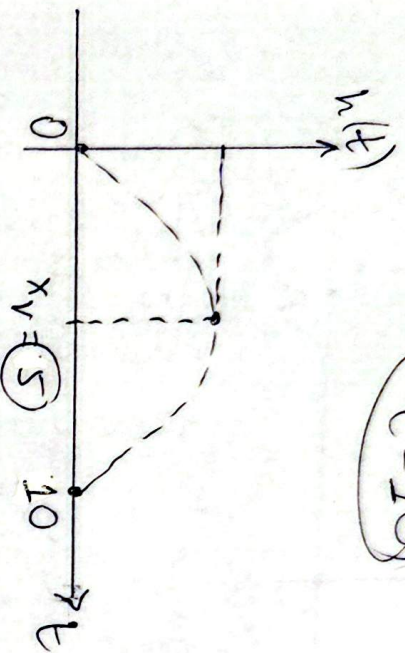
$$t(30 - 3t) = 0$$

$t=0$

$$30 - 3t = 0$$

$$-3t = -30$$

$t=10$



basta substituir $t=5$

$$h(5) = 30 \cdot 5 - 3 \cdot 5^2$$

$$= 150 - 3 \cdot 25$$

$$= 150 - 75$$

$$= 75 \text{ m}$$

$$\text{alt. máx} \Rightarrow 75 \text{ m}$$

tempo total

(cair àgua)

$$\Rightarrow 10 \text{ s}$$

letra a

22) avião com 200 lugares
cada pessoa paga 500 + 10 por
lugar vazio

Vamos supor x passageiros
($x < 200$)

Logo, temos $(200 - x)$ lugares
vagos.

Cada pessoa pagará:

$$500 + 10 \cdot \underbrace{(200 - x)}_{\text{n}^\circ \text{ lugares vagos}}$$

Valor arrecadado:

$$V = \text{valor pago} \cdot \text{n}^\circ \text{ de passageiros}$$

$$V = [500 + 10(200 - x)] \cdot x$$

$$V = [500 + 2000 - 10x] \cdot x$$

$$V = (2500 - 10x) \cdot x$$

$$V = 2500x - 10x^2$$

é uma função quadrática
com $a = -10$ (tem concavidade
para baixo)

O n° de x de passageiros que
forma máx. a arrecadação é

$$0 \cdot x_v = \frac{-2500}{2 \cdot (-10)} = \frac{-2500}{-20} = 125$$

letra b

Para $x=125$ passageiros temos a arrecadação máxima.

Vamos verificar!!

Se x fosse 200, (máx. lotação) não teria lugar vago.

Assim, cada passageiro pagaria apenas o valor 500 total arrecadado pela empresa seria

$$V = \underbrace{200}_{n^{\circ} \text{ passag.}} \times \underbrace{500}_{\text{valor pago}}$$

$$V = \underline{100.000 \text{ reais}}$$

Se x for 125, temos
 $200 - 125 = \underbrace{(75)}_{\text{lugares vagos}}$

Cada passageiro deverá pagar 500 + 10 reais por lugar vago.

$$\begin{aligned} \text{Ou seja, } & 500 + 10 \cdot 75 \\ & = 500 + 750 \\ & = 1250 \text{ reais.} \end{aligned}$$

O valor arrecadado agora é de $V = n^{\circ} \text{ passag.} \times \text{valor pago}$

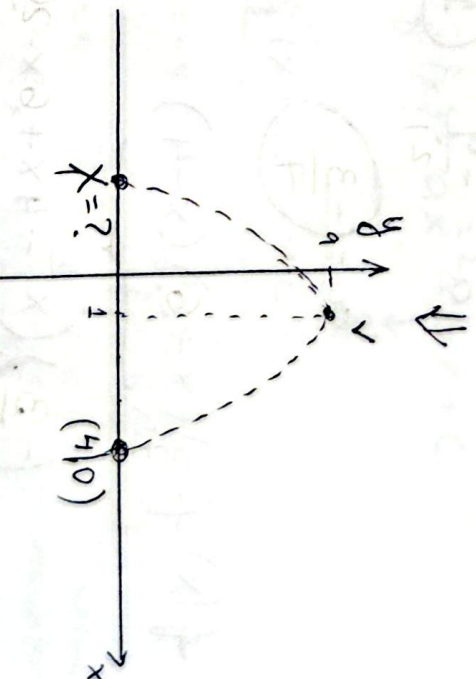
$$V = \underbrace{125 \times 1250}_{\text{reais}}$$

$$V = \underline{156.250 \text{ reais}}$$

(que é maior que 100.000)

É melhor ter 125 passageiros do que os 200.

(23) parábola que passa por $(4,0)$ e com vértice em $(5,9)$



A parábola tem concavidade para baixo. Uma das raízes é o valor 4 e o ponto médio é 5. Determinamos assim a outra raiz:

$$\frac{x+4}{2} = +5$$

(24)

$$x + 4 = +2$$

$$x = +2 - 4$$

$$x = \textcircled{-2}$$

As raízes são -2 e 4
e passa no ponto $(1, 9)$.

Usando a forma fatorada:

$$f(x) = a \cdot (x + 2) \cdot (x - 4)$$

$$(1, 9) \xrightarrow{x=1} a \cdot \underbrace{(1+2)} \cdot \underbrace{(1-4)} = 9$$

$$a \cdot 3 \cdot (-3) = 9$$

$$-9 \cdot a = 9$$

$$a = -\frac{9}{9} = \textcircled{-1}$$

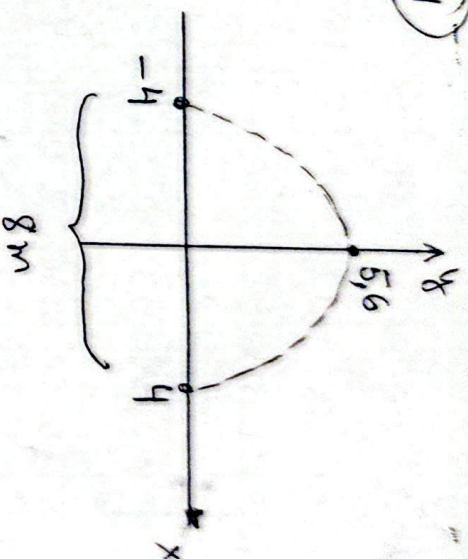
$$a = \textcircled{-1}$$

$$f(x) = \underbrace{(-1)} \cdot (x + 2) \cdot (x - 4)$$

$$(-1) \cdot (x^2 - 4x + 2x - 8)$$

$$(-1) \cdot (x^2 - 2x - 8)$$

$$\boxed{f(x) = -x^2 + 2x + 8}$$



Parábola com eixo de
simetria no eixo y , indica

$$\textcircled{b=0}$$

E como há o ponto $(0, 5,6)$
temos $C = 5,6$.

Falta achar valor de a .

Pode usar forma fatorada
ou sistema com pares
ordenados.

1ª possibilidade: forma
fatorada

$$f(x) = a \cdot (x + 4) \cdot (x - 4)$$

$$x = 0 \rightarrow a \cdot (0 + 4) \cdot (0 - 4) = 5,6$$

$$a \cdot 4 \cdot (-4) = 5,6$$

$$-16a = 5,6$$

$$a = -\frac{5,6}{16}$$

$$a = -\frac{56}{160} \textcircled{\div 8}$$

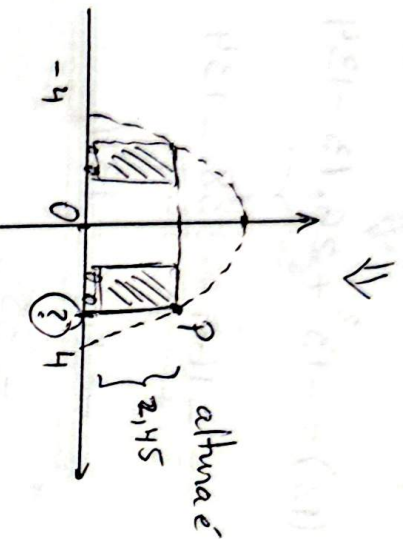
$$\boxed{a = -\frac{7}{20}}$$

Substituindo $a = -\frac{7}{20}$, temos:

$$f(x) = -\frac{7}{20} \cdot \underbrace{(x+4)(x-4)}_{(x^2-16)}$$

$$f(x) = -\frac{7}{20} \cdot (x^2 - 16)$$

Quando o caminhão passar pelo túnel, temos o ponto P na parábola.



Substituindo 2,45 na função, temos:

$$-\frac{7}{20} \cdot (x^2 - 16) = 2,45 \quad (\div 5)$$

$$\frac{245}{100} = \frac{49}{20}$$

$$-\frac{7}{20} \cdot (x^2 - 16) = \frac{49}{20}$$

$$-7(x^2 - 16) = 49$$

$$(x^2 - 16) = \frac{49}{-7}$$

$$(x^2 - 16) = -7$$

$$x^2 = -7 + 16$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Logo, o ponto P está localizada na posição

$x = -3$ (à esquerda do eixo) ou

$x = 3$ (à direita do eixo)

De qualquer forma, a distância do ponto P ao eixo y é de 3m.

2ª possibilidade: Sistema

com os pares ordenados $(-4, 0)$ e $(4, 0)$ e $(0, 5,6)$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = ax^2 + c$$

$$x = -4 \Rightarrow a \cdot (-4)^2 + c = 0$$

$$16a + c = 0$$

$$x = 4 \Rightarrow a \cdot 4^2 + c = 0$$

$$16a + c = 0$$

mesma equação

$$x = 0 \Rightarrow a \cdot 0^2 + c = 5,6$$

$$c = 5,6$$

$$16a + 5,6 = 0$$

$$a = -\frac{5,6}{16}$$

$$a = -\frac{56}{160}$$

$$a = -\frac{7}{20}$$

Substituindo, temos:

$$f(x) = -\frac{7}{20}x^2 + 5,6$$

Como a altura do caminhão é 2,45, temos:

$$-\frac{7}{20}x^2 + 5,6 = 2,45$$

$$-\frac{7}{20}x^2 = 2,45 - 5,6$$

$$-\frac{7}{20}x^2 = -3,15$$

$$\frac{7}{20}x^2 = 3,15$$

$$7x^2 = \underbrace{3,15 \cdot 20}$$

$$7x^2 = 63$$

$$x^2 = \frac{63}{7}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

A distância é de 3m.

25

$$f(t) = -t^2 + bt - 134$$

$$t_{\text{vrt}} = 13h = -\frac{b}{2 \cdot (-1)}$$

$$13 = \frac{b}{2}$$

$$b = 26$$

$$f(t) = -t^2 + 26t - 134$$

temp. máx ocorre em $t=13$

$$f(13) = -13^2 + 26 \cdot 13 - 134$$

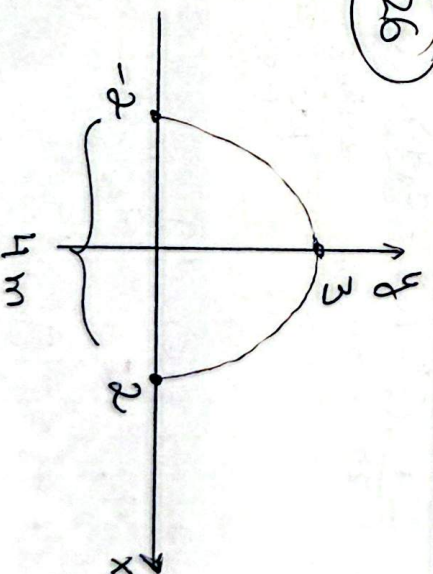
$$= \underbrace{-169 + 338} - 134$$

$$= 169 - 134$$

$$= 35$$

Resp: 35°

26



$$b=0, c=3$$

$$f(x) = ax^2 + 3$$

Substituindo o ponto (2,0):

(27)

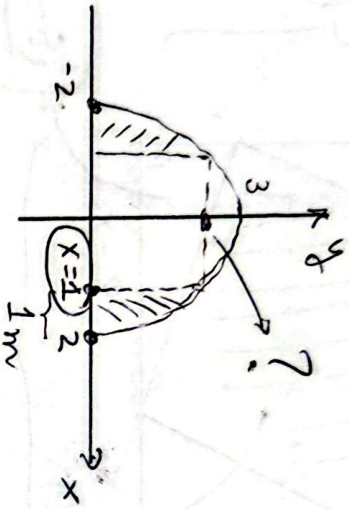
$$a \cdot 2^2 + 3 = 0$$

$$4a = -3$$

$$a = -3/4$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 3$$

O painel está localizado em $x = 1$



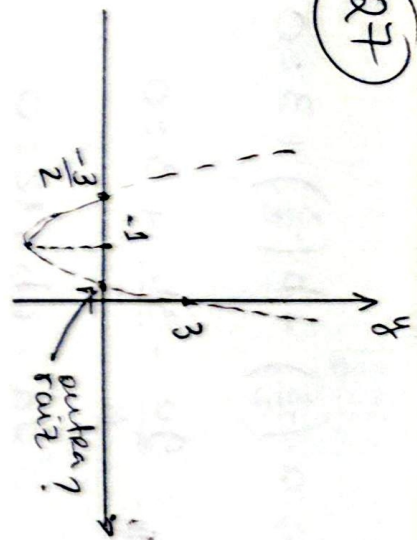
Para $x=1$, temos:

$$f(1) = -\frac{3}{4} \cdot 1^2 + 3$$

$$= -\frac{3}{4} + 3$$

$$= -0,75 + 3$$

$$= 2,25 \text{ m}$$



$$\frac{-\frac{3}{2} + x}{2} = -1$$

$$-\frac{3}{2} + x = -2$$

$$-3 + 2x = -4$$

$$2x = -4 + 3$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$C=3$ $\rightarrow$ interseção com eixo y

$$\text{raízes: } -\frac{3}{2} \text{ e } -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = ax^2 + bx + 3$$

Substituir os pares ordenados $(-\frac{3}{2}, 0)$ e $(-\frac{1}{2}, 0)$

$$x = -\frac{3}{2} \Rightarrow a \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 3 = 0$$

$$\frac{9a}{4} - \frac{3b}{2} + 3 = 0$$

$$9a - 6b + 12 = 0$$

$$9a - 6b = -12$$

⋮ 3

$$\boxed{3a - 2b = -4}$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = 0$$

$$\frac{a}{4} - \frac{b}{2} + 3 = 0$$

$$a - 2b + 12 = 0$$

$$\boxed{a - 2b = -12}$$

Sistema:

$$\begin{cases} 3a - 2b = -4 \\ a - 2b = -12 \quad \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a - 2\cancel{b} = -4 \\ -a + 2\cancel{b} = 12 \end{cases} \oplus$$

$$2a = 8$$

$$\boxed{a = 4}$$

$$3a - 2b = -4$$

$$3 \cdot 4 - 2b = -4$$

$$12 - 2b = -4$$

$$-2b = -4 - 12$$

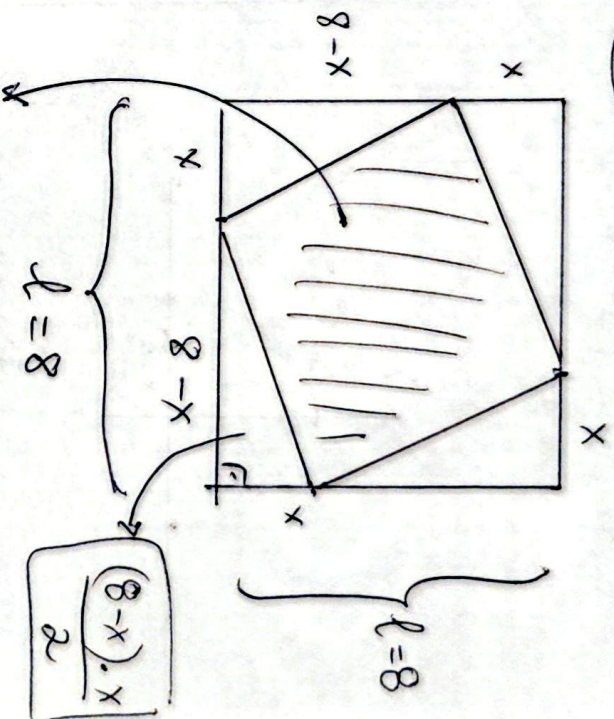
$$-2b = -16$$

$$2b = 16$$

$$\boxed{b = 8}$$

$$\boxed{f(x) = 4x^2 + 8x + 3}$$

(28)



$$A = 8^2 - 4 \cdot A_{\Delta}$$

$$A = 64 - 4 \cdot \frac{(8-x) \cdot x}{2}$$

$$A = 64 - 2 \cdot (8-x) \cdot x$$

$$A = 64 - 2(8x - x^2)$$

$$\boxed{A = 64 - 16x + 2x^2}$$

função quadrática
com $a = 2$.

A função tem concavidade para cima. Logo tem mínimo.

$$A = 2x^2 - 16x + 64$$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-16)}{2 \cdot 2} = \frac{16}{4} \textcircled{4}$$

Substituir $x = 4$.

$$A_{\max} = 2 \cdot 4^2 - \underbrace{16 \cdot 4}_{16} + 64$$

$$A_{\max} = 32 - \cancel{64} + \cancel{64}$$

$$A_{\max} = 32$$

Resp. letra $\textcircled{d}$

//